

課題研究ゼミ*

東京大学理学部天文学科 4 年

泉 拓磨

2011 年 6 月 7 日

概要

論文の和訳+まとめ

1 HOT-ELECTRON BOLOMETER MIXERS

半導体を用いる HEB ミクサーは 1970 年代初頭に開発され、初期のサブミリ波天文学で大きな役割を果たしたが、1990 年代初頭には SIS ミクサーに取って代わられた。だが、この基本的な考え方をを用いて、それを超伝導版にしたものの開発が SIS ミクサーのカバー範囲を超えるテラヘルツ領域での最も高感度なミクサーへとつながっていく。HEB 受信機はまだ天文学で使われだしたばかりだ。

基本的に、HEB ミクサーは 2 章で登場した TES とよく似ている。フィルムはその超伝導遷移付近でバイアスがかけられていて、そのためにその抵抗値は輻射の吸収によるわずかな温度変化に大きな影響を受ける。HEB ミクサーと通常のボロメータの主な相違点は応答速度にある。HEB ミクサーは GHz の出力 (IF 信号) を出すために十分早くないといけない。輻射のエネルギーを通常のボロメータのように別々の輻射吸収体を用いたりエネルギーがフォノンを介して超伝導 TES に流れていくのではなく、超伝導体の電子に直接吸収させることで早いスピードが達成される。光子が金属に吸収されると、一つの電子がまず光子のエネルギー $h\nu$ を得る。このエネルギーはすぐに他の電子とも共有されて、電子温度がわずかに上昇する。電子温度はその後、フォノンの放出を通して熱浴温度へと緩和されていく。

HEB はこの効果の長所を用いている。つまり、 T_c 近傍では超伝導体の抵抗は電子温度に対して敏感である。電子の熱緩和時間 τ は NbN のような大きな電子-フォノン相互作用を示す金属を選んで、フォノンが電子に再吸収される前に基板へと逃げていけるように非常に薄いフィルムを用いることで短くすることができる。もしくは、電子の外部拡散を用いることで τ は早くすることもできる。ある τ が与えられたときに、熱容量の C により必要な LO パワーが規定され、超伝導体のフィルムを非常に薄くすることで ($< 10^{-2} \mu\text{m}^3$) 最小化できる。

こういった装置の理論は開発段階にあり、典型的には "hot-spot" という中心部の抵抗性領域を用いる。その大きさは入射パワーの変動に対応している。装置とのカップリングは非常に単純な問題だ。というのも、RF 信号のインピーダンスは本質的に抵抗性で、IV-C で示したウェーブガイドや準光学技術によって成し遂げられるからだ。

phonon-cooled な装置も diffusion-cooled な装置も両方、2.5THz かそれ以上、IF 信号幅でいうと数 GHz で用いられてきた。図 14 にいくつかの例がある。こういった装置の性能は着実に向上してい

て、現在のベスト結果は 1K/GHz まで下がっている。phonon-cooled な NbN 装置は現在では一般的に diffusion-cooled なタイプを上回る性能を見せている。しかし、後者のタイプの改良は可能である。高周波での HEB を用いた測定のほとんどは、遠赤外線レーザーを用いて行われるが、それは離散的な周波数で高い出力パワーを持っていて、LO の合成用に非常に強く反射するビームスプリッターを用いることができる。しかし、HEB ミクサー用の LO のパワーは非常に弱いものでよくて、連続的にチューンできる固形の増幅チェーンを用いることができるだろう(?) ウェーブガイド式の NbN ミクサーを用いた 1.5THz での初期の実験で、これは実際に実現可能であり、 $\sim 1\mu\text{W}$ の LO パワーにおける DSB の雑音温度として 1500K 程度が示された。

2 VI. SUMMARY

ミリ波から遠赤外の波長帯には科学的な発見への大きなポテンシャルがあり、惑星や恒星、銀河やさらには $\sim 10^{-38}\text{s}$ 程度での宇宙自身の誕生についても研究できる。超伝導検出器とミクサーはこういったポテンシャルを実現するためには不可欠と分かってきている。過去 10 年でこの分野で様々な発明旋風が巻き起こり、大規模アレイでのマルチプレキシングだけでなく、多岐にわたる有望な検出器やミクサーが開発された。より成熟した技術(例: SIS ミクサー)用に開発されたたくさんの技術が今度は新しい装置(例: TES ボロメータ)へと採用されている。この発明旋風で我々が夢見る科学的な目標を達成するのに十分な性能を持つ装置が開発されるだろう。

まとめパート

SIS ミクサー (軽く復習)

論文 p.1604 の fig.9 を参照しつつ。左と右の超伝導体をそれぞれ S_1 , S_2 とする。

- $0 < eV_b < 2\Delta$ で入射光子 (エネルギー $h\nu$ なし) がない
→ S_1 から S_2 の移動先は禁止帯。よってトンネルできない。
- $0 < eV_b < 2\Delta$ かつ $h\nu$ の入射あり
→ $h\nu + eV_b > 2\Delta$ ならオクケー。
- $eV_b > 2\Delta$
→ 電磁波の入射に関係なくトンネルしてしまう。

以上より、SIS 素子の電流電圧特性は $V_b = 2\Delta/e$ で強く立ち上がるものになる。電波照射によって増加している分の電流を Photon-Assisted-Tunneling(PAT) 電流という。これを用いると SIS が電波検出器として使える。PAT 電流が生じている SIS に、別の信号を入れると、その強い非線形性のためにミキシングが起きて IF 信号が取り出せる。

HEB ミクサー

SIS は $E > 2\Delta$ を超える高周波信号には使えない。そこで Hot-Electron-Bolometer (HEB) ミクサーを使う。

通常のボロメータ（温度計のようなもの）では抵抗体内のフォノンの熱容量が大きい。よってその加熱、冷却には時間がかかる。つまり応答が遅い。しかし電子ならばそれは早くなる。そして抵抗体内の電気的特性は結局電子によって決まるので、フォノンの温度が一定でも電子温度が変われば電波の検出は可能である。HEB ミクサーにはいくつか利点があつて、

- 原理的に周波数制限がない
- 細線が抵抗体のように振る舞うので、同調回路の設計が簡単
- SIS よりは作るのが楽
- 高調波を短絡しやすい（？）
- ミキシングに必要な LO からの電力が SIS に比べて小さくてすむ

以下、HEB の動作原理を簡単にまとめる。HEB では常伝導金属電極の間に超伝導細線が通っている。細線は転移温度 T_c にある。この細線部に電磁波が照射されると、熱浴から離れた細線中央部ほど温度上昇が大きくなる。この部分をホットスポットという。このホットスポットの長さを L とする。一般に NbN や NbTiN の超伝導薄膜の抵抗率 $\rho[\Omega\text{m}]$ は、

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \exp(\frac{T_c - T}{\Delta T})} \quad (1)$$

となる。 ρ_0 は細線が超伝導転移していないときの抵抗率。 ΔT は抵抗率が ρ_0 から ρ になるときの温度幅。ここではホットスポットの外側の細線部 ($T < T_c$) は超伝導状態で、抵抗率はゼロだとする。また、細線の厚さを $h[\text{m}]$ 、幅を $W[\text{m}]$ とし、流れる電流を $I[\text{A}]$ 、電流密度を $j[\text{Am}^{-2}]$ とすると、細線部にかかる電圧 V は

$$V = I \int_0^L \frac{\rho}{hW} dx = j \int_0^L \rho dx \quad (2)$$

と書ける。ホットスポット内の微小要素に注目する。ホットエレクトロンからフォノンへの熱の収支は

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\lambda_e \frac{\partial}{\partial x} T_e) + P_{e \rightarrow \text{phonon}} + j^2 \rho + P_{LO, RF} \quad (3)$$

x は細線方向の位置を表すものとし、細線内の温度変化は x のみに依存する関数だとした。 $\lambda_e[\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$ は電子の熱伝導率、 $T_e[\text{K}]$ は電子温度（フォノン温度は T_{ph} ）、 $P_{e \rightarrow \text{phonon}}$ はホットエレクトロンがフォノンへ単位時間あたりに渡すエネルギー。右辺第 1 項は熱拡散、第 3 項は HEB への電流駆動に起因する発熱量、第 4 項は LO 信号や RF 信号の吸収による発熱を表す。

ホットスポット内のフォノンの温度については

$$\frac{\partial T_{ph}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\lambda_{ph} \frac{\partial}{\partial x} T_{ph}) - P_{e \rightarrow \text{phonon}} + P_{ph \rightarrow \text{subst}} \quad (4)$$

である。右辺第 3 項はホットスポット内のフォノンから基板のフォノンへ単位時間あたりに渡すエネルギーである。ここで、一般に

$$P_{e \rightarrow ph} = \frac{c_e}{\tau_e} (T_e^n - T_{ph}^n) \quad (5)$$

$$P_{ph \rightarrow \text{subst}} = \frac{c_{ph}}{\tau_{ph}} (T_{ph}^4 - T_b^4) \quad (6)$$

と書ける。 $c_e[\text{Jm}^{-3}\text{K}^{-1}]$ 、 c_{ph} はそれぞれ電子比熱、格子比熱である。 τ はそれぞれのエネルギーの受け渡しに要する時間。 T_b は電極（熱浴）の温度で一定に保たれている。 n は金属固有の量で、たとえば NbN の場合だと $n = 3.6$ と考えられている（経験的）。

細線は定常状態にあるとし、式 (3)(4) の左辺をゼロとして解く。さらに、一般に低温の金属でのフォノンの熱拡散は電子の熱拡散に比べて十分遅いので、式 (4) の右辺第 1 項は無視する。このとき式 (4) は $P_{e \rightarrow ph} = P_{ph \rightarrow subst}$ となる。すると式 (4)(5)(6) を用いて T_{ph} は T_e と T_b とで表せるようになる。よって式 (3) は T_e を用いた微分方程式に簡単化できる。

いくつかの条件（バイアス電圧や LO からの入力値）を与えると、この式は解けて細線内の温度分布 $T_e(x)$ が求まる。これをホットスポットの温度だと考えると、式 (1) により抵抗率 $\rho(x)$ が分かる。すると式 (2) より電流電圧特性も分かる。

TES ボロメータのダイナミックレンジとセーフティーファクター

以前にまとめ忘れていたのでここでまとめておきます。

上でも書いたように、超伝導の類は転移温度を超えると感度が悪くなる。しかしボロメータに入射するパワーの予測は難しい。よって想定する入射パワー P_{opt} にセーフティーファクターを考慮した入射パワーの上限 P_{sat} を設けてこういった事態を防ぐ。セーフティーファクター f_{sat} は

$$f_{sat} \equiv \frac{P_{sat}}{P_{opt}} \quad (7)$$

で定義される。 f_{sat} が小さいと、ボロメータがすぐに飽和してダメになる。逆に大きすぎると熱伝導度

$$G = \frac{P_{sat}}{T - T_0} = \frac{f_{sat} P_{opt}}{T - T_0} \quad (8)$$

が大きくなるので

$$(NEP_{phonon})^2 = \gamma 4kT^2 G \quad (9)$$

も大きくなる（フォノンノイズが増える）。簡単に $\gamma = 1$ として NEP を見積もると

$$\begin{aligned} (NEP_{phonon})^2 &= 4kT^2 G \\ &= 4kT^2 \frac{f_{sat} P_{opt}}{T - T_0} \\ &= 4kT_0 \frac{T}{T_0} \frac{T/T_0}{(T/T_0) - 1} \\ &= 4kT_0 \frac{t^2}{t - 1} f_{sat} P_{opt} \end{aligned} \quad (10)$$

ただし $t = T/T_0$ である。この t の部分を微分して最小値を出すと、 $t = 2$ で最小値 4 となるので

$$(NEP_{phonon})^2 \geq 16kT_0 f_{sat} P_{opt} \quad (11)$$

となる。観測で主要なノイズはフォトンノイズなので、 f_{sat} は $NEP_{phonon} \leq NEP_{photon}$ の範囲でできるだけ大きな値が欲しい。いま、フォトンノイズとして

$$(NEP_{photon})^2 \sim 2h\nu P_{opt} \quad (12)$$

を考える。 NEP^2 同士の比をとると

$$NEP_{photon}^2 / NEP_{phonon}^2 \sim \frac{2h\nu P_{opt}}{16kT_0 f_{sat} P_{opt}} = \frac{h\nu}{8kT_0 f_{sat}} \quad (13)$$

となり、これが1以上ならよい。というのも、今はフォトンノイズではバンチングの影響を無視しているので $2h\nu P_{opt}$ は NEP_{photon}^2 の最小値である。フォノンノイズでは $\gamma = 1$ より NEP_{phonon}^2 の最大値を考えている。よって式 (13) が1以上という条件が、観測周波数で必ず成り立つように f_{sat} を決めれば良い。

f_{sat} が決まると、 G が決まる。 G が決まれば熱リンクの設計や NEP_{phonon}^2 も決まる。 NEP_{phonon} と NEP_{photon} から NEP_{total} も出る、というように TES ボロメータ設計の大枠が決まる。

受信機雑音の測定

雑音の話が出たのでついでに。

受信機雑音を T_{RX} 、常温を T_{amb} とする。 P_ν を出力として、常温（電波吸収体）と 77K（液体窒素）での出力はそれぞれ

$$P_\nu(amb) = G \cdot k(T_{amb} + T_{RX}) \quad (14)$$

$$P_\nu(77) = G \cdot k(77 + T_{RX}) \quad (15)$$

である。ここで G は増幅率。出力比を Y とすると

$$Y = \frac{P_\nu(amb)}{P_\nu(77)} = \frac{T_{RX} + T_{amb}}{T_{RX} + 77} \quad (16)$$

よってこの Y を用いて、受信機雑音は

$$T_{RX} = \frac{T_{amb} - 77Y}{Y - 1} \quad (17)$$

となる。もし DSB ミクサーが初段だったら、 $T_{RX,DSB}$ が得られる。これから SSB での値を出すと

$$T_{RX,SSB} = 2 \times T_{RX,DSB} \quad (18)$$

となる。これは、電波吸収体などの校正用の信号は両サイドバンドに入るが、天体からの信号は片方にしか入らないからである。ただし今は DSB ではどちらのサイドバンドに入った信号でも IF への変換効率に差はないとした。もし差があるなら、IF への変換比 R はサイドバンド比（イメージ抑圧比）と呼ばれ、

$$T_{RX,SSB} = (1 + \frac{1}{R})T_{RX,DSB} \quad (19)$$

となる。

シリーズ現代の天文学 16 巻の第 3 章まとめ（電波望遠鏡概論）

先日の ALMA ワークショップに向けてちょいちょい勉強していたこと。

電波望遠鏡の構成

単一鏡か干渉計か。単一鏡＝アンテナ＋受信機＋検波器 or 分光器＋計算機。角度分解能はアンテナビーム HPBW（FWHM の角度版？）で表す。

$$HPBW = K \times \lambda/D \quad (20)$$

K はアンテナのフィードによって決まる係数で 1.2 程度。 D は開口部の直径。 λ は観測波長。(この式自体はベッセル関数か何かを計算すると出るはず。) ナイキストサンプリングをすることでベストな値を出せるが、地上観測では大気の影響等でこの式通りの分解能を達成するのは難しい。

受信機

周波数変換と増幅を行う。入力 W_{in} を G 倍して、そこにノイズ W_{noise} が乗るので、出力 W_{out} は

$$W_{out} = GW_{in} + W_{noise} \quad (21)$$

となる。どのような周波数変換器、増幅器でも量子雑音 $T = h\nu/k$ 以上の雑音を持つ。近年はこの数倍程度までの低雑音化が進んでいる。低周波 (100GHz 以下くらい) では低雑音の HEMT 増幅器を用いているが、高周波 (100GHz 以上) ではそのような装置の開発が難しく超伝導 SIS ミクサーが周波数変換器として用いられている。

検波器と分光器

検波器→連続光

分光器→線スペクトル

単一鏡と干渉計の性能比較

基本的には単一鏡は低分解能・広視野、干渉計は高分解能・狭視野。性能比較のためにまず最小検出フラックス密度 (電波望遠鏡が積分時間 t で検出できる電波の強度) ΔS を定義しておく。単一鏡の場合は

$$\Delta S(single) = \frac{2K_s}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt}} \quad (22)$$

である。 η_A はアンテナの開口能率 (?) で通常 0.7~0.8 程度。 A_p はアンテナの開口面積。 T_{sys} はシステムの雑音、 K_s は受信方式による係数、 B は周波数幅である。ON-OFF 法というものでは $K_s = \sqrt{2}$ のようなのでこれを採用する。すると

$$\Delta S(single) = \frac{2\sqrt{2}}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt}} \quad (23)$$

2 素子からなる干渉計では $K_s = 1/\sqrt{2}$ とのことなので、2 素子干渉計での最小検出フラックス密度は

$$\Delta S(synth) = \frac{\sqrt{2}}{\eta_A A'_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt}} \quad (24)$$

である。2 素子では取りうる基線は 1 本だが、 n 素子では $nC_2 = n(n-1)/2$ 本になるが、これを素子数は 2 のままで積分時間が増えたと解釈する。アンテナの開口面積の総和 A_p が単一鏡と同じだとすれ

ば $nA'_p = A_p$ 、よって $A'_p = A_p/n$ になる。これを用いると

$$\begin{aligned}
 \Delta S(\text{synth}) &= \frac{\sqrt{2}}{\eta_A A'_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt}} \sqrt{\frac{2}{n(n-1)}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\eta_A A_p} n \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt}} \sqrt{\frac{2}{n(n-1)}} \\
 &= \frac{2}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt}} \sqrt{\frac{1}{1 \cdot (1 - 1/n)}} \\
 &\sim \frac{2}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt}}
 \end{aligned} \tag{25}$$

以上を用いて、総開口面積が同じ単一鏡と干渉計の性能を比較する。同じ B 、 T_{sys} だとして点状電波源を観測。このときの ΔS の比は式 (23) と式 (25) より

$$\frac{\Delta S(\text{synth})}{\Delta S(\text{single})} \sim \sqrt{\frac{1}{2}} \sim 0.7 \tag{26}$$

となり、検出感度はほぼ同等（干渉計の方がちょっと良い）。

次に、同じ角度分解能 θ_b で同じ面積 $\pi(\theta_f/2)^2$ を撮像したときの性能を比較する。ビームサイズは $\pi(\theta_b/2)^2$ である。このビームで面積 $\pi(\theta_f/2)^2$ を見たときの画素数を N とすると

$$\begin{aligned}
 \pi\left(\frac{\theta_b}{2}\right)^2 \times N &= \pi\left(\frac{\theta_f}{2}\right)^2 \\
 N &= \left(\frac{\theta_f}{\theta_b}\right)^2
 \end{aligned} \tag{27}$$

全観測時間を T とすると、ピクセル 1 個あたりの積分時間は $t = T/N$ 。よって単一鏡の場合は ON-OFF 法を仮定して

$$\Delta S(\text{single}) = \frac{2\sqrt{2}}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{BT}} \frac{\theta_f}{\theta_b} \tag{28}$$

干渉計の場合、視野は素子アンテナの口径 d により

$$\theta_f \sim \frac{\lambda}{d} \tag{29}$$

となり、角分解能は基線長 D で決まって

$$\theta_b \sim \frac{\lambda}{D} \tag{30}$$

となる。口径 D の大きな望遠鏡と考える。よって、

$$\frac{\theta_f}{\theta_b} \sim \frac{D}{d} \tag{31}$$

直径 D の面積を直径 d のアンテナで埋めっているとすれば、アンテナ数を n として

$$\begin{aligned}
 \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 &= n\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \\
 D &= \sqrt{nd}
 \end{aligned} \tag{32}$$

よって

$$\frac{\theta_f}{\theta_b} \sim \sqrt{n} \quad (33)$$

これより $N \sim n$ と分かる。干渉計の 1 ピクセルあたりの積分時間を t' 、全ピクセル数を N' とすると $t' = T/N'$ 。また $N = nN'$ なので $N' = N/n$ 。これを用いると干渉計での ΔS は

$$\Delta S(synth) = \frac{2}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{Bt'}} = \frac{2}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{BT}} \sqrt{\frac{N}{n}} \sim \frac{2}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{BT}} \quad (34)$$

また、式 (28)(33) より

$$\Delta S(single) = \frac{2\sqrt{2}}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{BT}} \sqrt{n} \quad (35)$$

比をとって性能を比べると

$$\frac{\Delta S(synth)}{\Delta S(single)} \sim \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (36)$$

よって総開口面積が同じで、同じ角度分解能なら単一鏡と干渉計が同じ領域を撮像する場合は干渉計の方が $\sqrt{n}$ 倍感度が良い。もし感度が同じなら

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{BT}} \sqrt{N} &= \frac{2}{\eta_A A_p} \frac{kT_{sys}}{\sqrt{BT'}} \\ T' &\sim \frac{T}{n} \end{aligned} \quad (37)$$

となって n 倍早く観測できる。