H24 課題研究ゼミ
Tools of Radio Astronomy 5th edition
∼Back End∼

S112006　天文学科 4 年　谷口暁星

2012 年 10 月 22 日

Chapter 5

Practical Receiver Systems

5.4 Back Ends: Correlation Receivers, Polarimeters and Spectrometers

5.4.1 Correlation Receivers and Polarimeters

ディッケスイッチングは受信機系を安定させる唯一の可能性のある方法である；他の方法は信号の相関に関連している。相関受信機のブロック図が図 5.1 に示されている。アンテナと基準 (reference) からの信号は 3dB Hybrid の、入力と出力をそれぞれ 2 端子持つ 4 端子デバイスに入力される。入力でのシグナルが $x(t)$ と $y(t)$ のとき、出力は $1/2\,[U_{\mathrm{A}}(t)+U_{\mathrm{ref}}(t)]$ と $1/2\,[U_{\mathrm{A}}(t)-U_{\mathrm{ref}}(t)]$ となる。このような相関系は同軸ケーブルからストリップ線まで様々な技術によって構成され、一般的にはノイズの増加と信号の減衰はディッケ受信機に使われているようなフェライトマイクロ波スイッチよりも小さい。相関系の 2 つの出力は、LO を共有する 2 つの受信機によって増幅され、IF シグナルは相関される (図 5.2)。

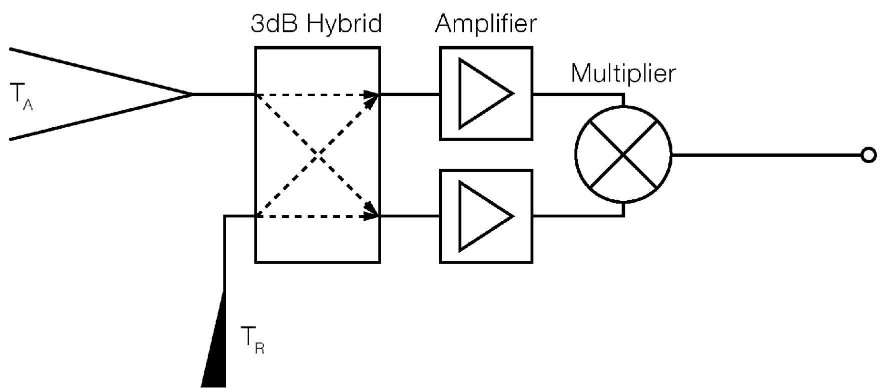

図 5.1

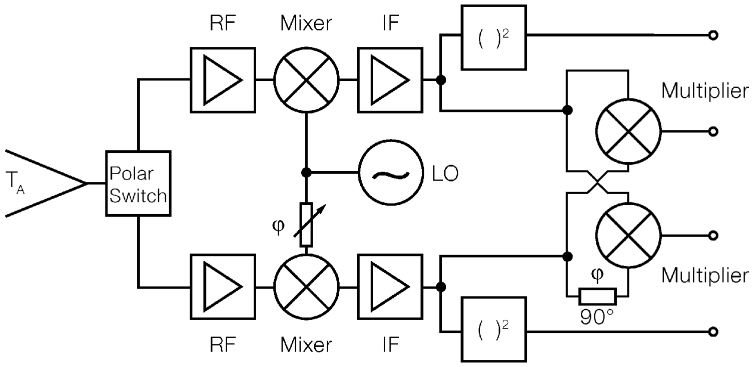

図 5.2

もし相関器に対する入力電圧が

$$U_1 = \sqrt{G_1}\left[(U_A + U_{ref})/\sqrt{2} + U_{N1}\right] \tag{5.1}$$

$$U_2 = \sqrt{G_1}\left[(U_A - U_{ref})/\sqrt{2} + U_{N2}\right] \tag{5.2}$$

と表されるとき、瞬間的な出力電圧は

$$U = \sqrt{G_1 G_2}\left[(U_A - U_{ref})/2 + U_{N1}()/\sqrt{2} + U_{N2}(U_A + U_{ref})/\sqrt{2} + U_{N1}U_{N2}\right] \tag{5.3}$$

となる。ここで、U_A と U_{ref} はそれぞれアンテナと基準からの電圧、U_{N1} と U_{N2} は増幅器 1 と 2 によるノイズ電圧である。

確率論的にシグナル $U_A, U_{ref}, U_{N1}, U_{N2}$ は相関していないので、これらの積で表される項の時間平均はゼロになるので

$$\langle U\rangle = \frac{1}{2}\sqrt{G_1 G_2}\left[\langle U_A^2\rangle - \langle U_{ref}^2\rangle\right] \tag{5.4}$$

だけが残る。ゲインの変動は以上よりこのシグナルの差にのみ影響を与える；よって相関受信機の安定性はディッケ受信機と同様である*1。感度の限界から次を得る。

$$\frac{\Delta T}{T_{sys}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\Delta\nu\tau}} \tag{5.5}$$

同様のタイプの受信機は、ストークスパラメータによって定義される電磁場の偏波を観測するのに使われる。サーキュラーホーンによって集められた部分偏波した電磁場の直角の直線偏波のモードは、直角のプローブによって相関受信機の 2 つの入力に結合される。

---

*1 ディッケスイッチングではアンテナから入る電波のアンテナ温度 T_A と比較用雑音源 T_0 を切り替えて観測することにより、何らかの原因でゲイン G が変化して受信機雑音 T_N が大きく変化したとしても、誤差は $\Delta G(T_A - T_0)$ しか現れない。$T_A \sim T_0$ とすることにより誤差を小さくすることができる。

- 出力 z_1 は 2 乗則検出器によって検出された IF1 である。
- 出力 z_2 は 2 乗則検出器によって検出された IF1 である。
- 出力 z_3 は IF1 と IF2 の相関である。
- 出力 z_4 は IF1 と IF2 を位相を $\pi/2$ だけずらしたものを相関したものである。

これらの出力とストークスパラメータを比較すると次のとおりである。

$$\begin{aligned} I &= \mathrm{const}(z_1 + z_2) \\ Q &= \mathrm{const}(z_1 - z_2) \\ U &= 2\mathrm{const} z_3 \\ V &= 2\mathrm{const} z_4 \end{aligned} \tag{5.6}$$

なお、ストークスパラメータとは、z 方向に伝搬する単一周波数平面波を

$$\overrightarrow{E} = \mathrm{Re}\left[(E_1 e^{i\delta_x} \overrightarrow{e_x} + E_2 e^{i\delta_y} \overrightarrow{e_y}) e^{i(\omega t - kz)} \right] \tag{5.7}$$

と記述したとき

$$\begin{aligned} I &= (E_1^2 + E_2^2)/Z_0 \\ V &= 2E_1 E_2 \sin\delta \\ Q &= (E_1^2 - E_2^2)/Z_0 \\ U &= 2E_1 E_2 \cos\delta / Z_0 \end{aligned}$$

である。

このタイプは円偏波の観測に向いている。直線偏波を観測する場合は、$\lambda/4$ 波長板をホーンの導波管部分に取り付ければよい。その場合のストークスパラメータは

$$\begin{aligned} I &= \mathrm{const}(z_1 + z_2) \\ V &= \mathrm{const}(z_1 - z_2) \\ Q &= 2\mathrm{const} z_3 \\ U &= 2\mathrm{const} z_4 \end{aligned}$$

で表される。

5.4.2 Spectrometers

特殊な用途のためにデザインされた多くの受信機のバックエンドの中でも、分光計はおそらく最も広く使われている。このような分光計はパワースペクトル密度 (PSD) を観測するのに設計されている。これらは図 5.3 に示される原理に従っている。たいていこれは特別に設計されたハードウェアによって実行されるが、最近は一般用途のデジタルコンピュータに基づくデバイスによって実行される。

分光計の設計においては、電磁場のスペクトル情報を得ることが重要である。よって受信機は SSB で、周波数分解能 $\Delta\nu$ は kHz の領域まで小さくしなければならない。$\Delta\nu$ を達成するためには、周波数応答に関わるすべてのシステムは $0.1\Delta\nu$ より安定していなければならない。これは特に LO において重要である。もし可能であれば、LO シグナルはルビジウムクロックや水素メーザーなどのメーザー発振器によって生成されるべきである。それが難しい 10 [GHz] 以上においては、phase lock system が用いられていた。現代の受信機では、発振器周波数はコンピュータ制御されている。

狭いスペクトルを分解するためには、周波数分解能 $\Delta\nu$ が kHz の領域で必要となる。分光計の感度の限界は式 4.41 の一般として与えられる。K の値は次の表の通りである。$\Delta\nu$ を小さくすると、必要な $\Delta T/T_{\mathrm{sys}}$ を達成するためには積分時間 τ は非常に大きくなる。よって分光計のバックエンドは長時間にわたる安定性が必要である。

$$\frac{\Delta T}{T_{\mathrm{sys}}} = \frac{K}{\sqrt{\Delta\nu\tau}} \tag{5.8}$$

Receiver type	K
Total power receiver(4.41)	1
Switched receiver	$\sqrt{2}$
Correlation receiver	$\sqrt{2}$
1-bit digital receiver	2.21
2-bit digital receiver	1.58

Multichannel Filter Spectrometers

IF 周波数をバンド幅 $\Delta\nu$ ごとに区切ったバンドパスフィルターによって n 分割し、そのそれぞれに対して検出器を置いて読みだすことにより、観測天体の PSD を観測する時間は $1/n$ に減少する。このように n チャンネルによってスペクトルの部分ごとに同時に観測することができる。Filter Spectrometers(現代の天文学の本では“フィルターバンク型分光計”) はアナログ

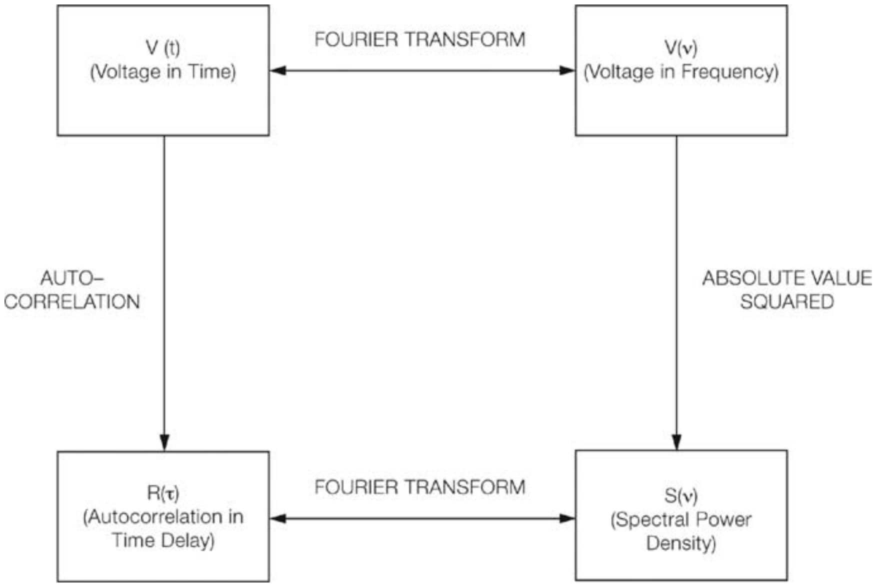

図 5.3

デバイスなので、図 5.3 に基いて時間の関数である入力電圧 $V(t)$ をフーリエ変換 (FT) により $V(\nu)$ とし、さらにこれと複素共役との積によって PSD を得る。

フィルターバンク型分光計は、以下の様な設計が必須である。

1. 個々のバンドパスの形状 $G_i(\nu)$ は全て同一である必要がある。バンド幅 $\Delta\nu_i$ が同じというだけでは十分でない。干渉計の場合は、個々のバンドパスの位相特性も同様に同一でなければならない。
2. 個々のチャンネルに対する 2 乗則検出器は全て同一の特性でなければならない。これは平均出力パワーと偏差の両方に対して言えることである。
3. チャンネルの熱ドリフトは…

1 と 2 については数チャンネルにおける弱いスペクトル特性を検出する必要性から決定される。3 については、長時間の異なるチャンネルの振る舞いが同じであるという点において必要である。3 については、個々のチャンネルの安定性の要求は、安定時間 ($\tau_m = 1/\sqrt{\Delta\nu\gamma_1}$) が信号と基準の測定のインターバルよりも十分大きいという条件から決定される。

フィルターバンク型分光計の限界は、アナログデバイスなので温度や他の環境要因に影響をされやすいということである。別の限界としては、バンド幅 $\Delta\nu$ の変化に対する柔軟性 (flexibility) がないということである。これを解決するためには、多数のフィルタを配置することである。ミリ波では、たいていは 256 または 512 個のフィルターを持ち、それぞれのバンド幅は 100 [kHz]、250 [kHz]、1 [MHz] である。このような理由から、自己相関型分光計などが代わりに使われている。

5.4.3 Fourier and Autocorrelation Spectrometers

ウィーナーヒンチンの定理 (Wiener-Khintchine theorem) を使って PSD を求める方法を以降では解説する。

Fourier Spectrometers

一つの方法は、FT によって入力 $v(t)$ を $v(\nu)$ にして、それを 2 乗して PSD を求める方法である。ナイキストのサンプリング定理より、周波数帯域の 2 倍のレート (周波数) でのサンプリングが必要となる。その後 FT が高速フーリエ変換 (FFT) を利用して行われる。この種類の分光計を FX 自己相関型分光計 (フーリエ変換 (F) してから相関 (X) するから) と呼ばれ、かつて野辺山 45m 電波望遠鏡でも使われていた。

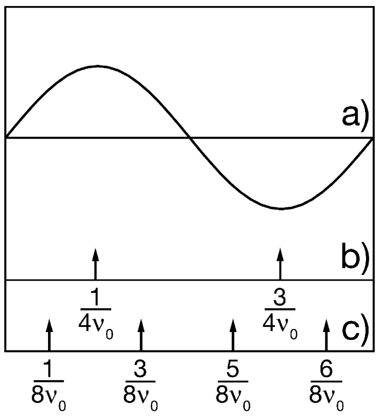

図 5.4

Autocorrelation and Cross Correlation Spectrometers

もう一つの方法は、ハードウェアによって自己相関関数 (ACF):$R(\tau)$ を求めてから、コンピュータなどで FT して PSD を求める方法である。ACF は時刻 t における電圧 $V(t)$ と、時間 τ だけ遅れた時刻 $t+\tau$ における電圧 $V(t+\tau)$ の積から次のように得られる。

$$R(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V(t)V(t+\tau)dt \tag{5.9}$$

さらに、ウィーナーヒンチンの定理により次のように $S(\nu)$ を得る。

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-2\pi i\nu\tau}d\tau \tag{5.10}$$

以下では最も使用されているタイプの XF デジタル自己相関型分光計について解説する。XF のプロセスは図 5.5 に示してある。自己相関型分光計のハードウェアでは、ナイキスト周

波数でデジタル化されサンプリングされたデータと、シフトレジスタを介して $\Delta\tau$ ずつ時間をずらしたデータとの間で自己相関関数が計算される。

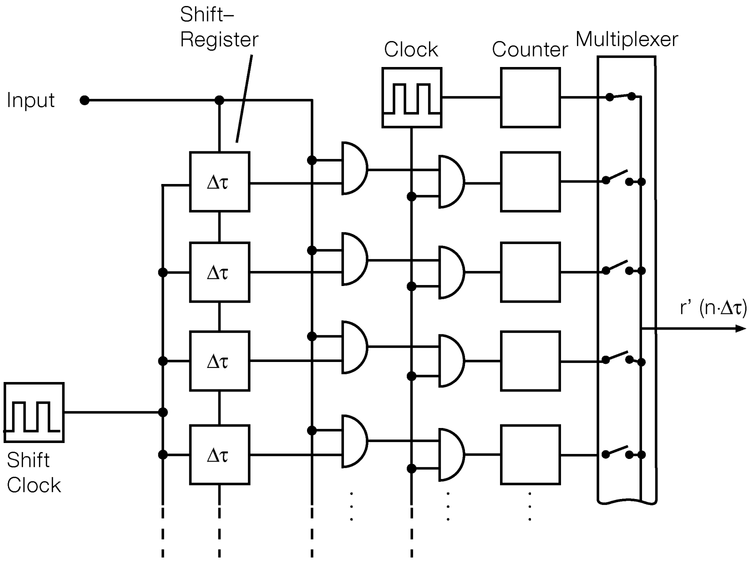

図 5.5

デジタル分光計の利点は次の 2 点である。一つは、周波数の分解能とバンド幅を自由に選択でき、複数のバンド幅の異なる分光計を同時に動かすことさえできるということである。もう一つは、$1/\sqrt{t}$ に従うノイズの振る舞いである。積分時間が 100 時間を超えるような場合では、デジタル分光計のノイズは $1/\sqrt{Bt}$ に従うことが分かっている。この点についてはアナログ分光計では限界がある。

実際の観測データは有限の τ の範囲でしかデータを取得できない。ここでは $|\tau| \leq \tau_m$ の範囲でデータを取得したとすると、$|\tau| > \tau_{\mathrm{m}}$ の範囲では $R(\tau)$ はゼロになる。よって実際の観測によって得られる自己相関関数 $\mathbb{R}(\tau)$ は、真の自己相関関数 $R(\tau)$ と、以下に示した窓関数 $w(\tau)$ との積として表される。

$$w(\tau) = \begin{cases} 1 & |\tau| \leq \tau_{\mathrm{m}} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5.11}$$

この $\mathbb{R}(\tau)$ を FT することにより PSD の $\mathbb{S}(\nu)$ を得る。積の FT はそれぞれの FT の畳み込みになるので、以下の図のような関係が成り立つ。窓関数の FT は sinc 関数 $(= \sin x/x)$ である。

$$\begin{array}{lll} \mathbb{R}(\tau) & = & R(\tau)\cdot w(\tau) \\ \downarrow \mathrm{FT} & & \\ \mathbb{S}(\nu) & = & S(\nu)\otimes\tilde{w}(\nu) \quad = \quad \int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{w}(\nu')S(\nu-\nu')d\nu' \end{array}$$

$$\tilde{w}(\nu) = 2\tau_{\mathrm{m}}\mathrm{sinc}(2\pi\nu\tau_{\mathrm{m}}) \tag{5.12}$$

よって、実際の PSD の $\mathbb{S}(\nu)$ は、以下のように真の PSD に sinc 関数が畳み込まれた形になっている。

$$\mathbb{S}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2\tau_\mathrm{m} \frac{\sin(2\pi\nu'\tau_\mathrm{m})}{2\pi\nu'\tau_\mathrm{m}} S(\nu-\nu')d\nu' \tag{5.13}$$

真の PSD がデルタ関数のような線幅を持たないものであったとしても、得られた PSD は sinc 関数の幅を持ってしまう。よって FT した窓関数 $\tilde{w}(\nu)$ が周波数分解能を決定する。上の矩形型窓関数の場合は、sinc 関数の半値全幅が周波数分解能となる。

$$\delta\nu = \frac{0.605}{\tau_\mathrm{m}} \tag{5.14}$$

(ただし「現代の天文学 16」では分子の値が 0.603 と表記されている。また、後述の全周波数帯域幅 $\Delta\nu$ と区別するために δ を使っている。)

一方、サンプリング定理により delay step を $\Delta\tau$、step 数を N、全周波数帯域幅を $\Delta\nu$ とすると

$$\delta\nu = \frac{1}{2\Delta\tau} \quad \tau_\mathrm{m} = N\Delta\tau \tag{5.15}$$

となる。これと上の結果より

$$\delta\nu = 1.21\frac{\Delta\nu}{N} \tag{5.16}$$

または $\Delta\tau$ を用いて

$$\delta\nu = \frac{0.605}{N\Delta\tau} \tag{5.17}$$

となる。よって周波数分解能を変化させるためには、サンプリングの delay step を、つまりクロック周波数を変化させるだけで良い。これと同時にサンプリング定理により、全周波数帯域幅は $\Delta\nu = 1/2\Delta\tau$ を満たすように調整する必要がある。

上記の矩形型窓関数では、真のスペクトル線の位置の他に、サイドローブという偽の成分が出てしまう。このサイドローブはピークの 22% もの高さになってしまうため、これを減少させるよう窓関数を工夫する必要がある。テキストではハニング窓関数を紹介している。

$$w_\mathrm{H}(\tau) = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi\tau}{2\tau_\mathrm{m}}\right) & |\tau| \le \tau_\mathrm{m} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5.18}$$

これの FT は以下の通りである[*2]。

$$\tilde{w_\mathrm{H}}(\nu) = \tau_\mathrm{m}\left[\mathrm{sinc}(2\pi\tau_\mathrm{m}\nu) + \frac{2\tau_\mathrm{m}\nu}{\pi[1-(2\tau_\mathrm{m}\nu)^2]}\sin(2\pi\tau_\mathrm{m}\nu)\right] \tag{5.19}$$

[*2] テキストでは第 2 項分母が $\left[1-(2\pi\tau_\mathrm{m}\nu)^2\right]$ となっているが、この π は間違いであり不要です。

ハニング窓関数の周波数分解能は以下の通りで、これは矩形型窓関数よりも大きな値を取ってしまう。

$$\delta\nu = \frac{1}{\tau_{\mathrm{m}}} = \frac{2\Delta\nu}{N} = \frac{1}{N\Delta\tau} \tag{5.20}$$

しかし、サイドローブの高さは矩形型が 22% なのに対し、ハニング窓では 2.6% まで減少し、サイドローブの影響がかなり低減されていることが分かる。

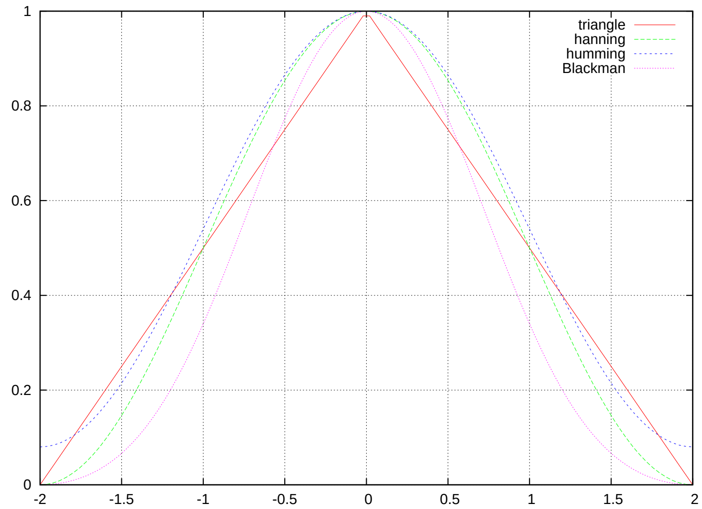

図 5.6　色々な窓関数をプロットしてみた。三角窓→ハニング窓→ハミング窓→ブラックマン窓の順にサイドローブが小さくなるが、周波数分解能は下がる。

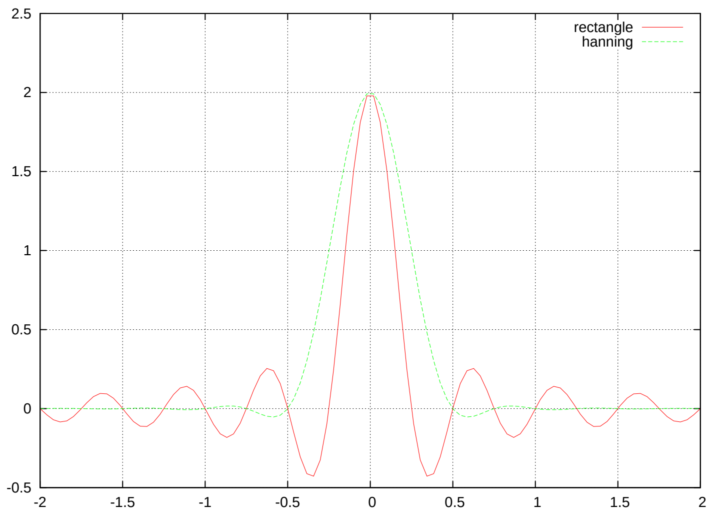

図 5.7　矩形型窓とハニング窓の FT をプロットしたもの。ハニング窓の方がサイドローブがかなり小さく抑えられていることが分かる。

デジタル自己相関型分光計の欠点はバンド幅に限界があることだった。かつては 50 ～ 100 [MHz] のバンド幅が最大だった。これはナイキストのサンプリング定理より、バンド幅の

周波数の 2 倍のレートでサンプリングを行わなくてはならないため、電子回路などのハードウェアに限界があったためである。しかしデジタル技術の発展により、現在では数 100 [MHz] の帯域幅のチャンネルが数 1000 もある分光計も開発されている。

これ以上のバンド幅を得る方法は 2 つある。一つは、自己相関型分光計を N 個並べて観測する方法である。これによって元のバンド幅の N 倍のバンド幅をカバーすることになる。この方法はアナログとデジタルが使われているハイブリッド型である。もう一つの方法は、単一の分光計にシフトレジスタを M 個搭載して、$\Delta t = 1/2B$ のレート (B は最大周波数) で観測することである。この場合、自己相関の解析には M 倍の時間が必要になる。

別の改善点としては、auto と cross の”リサイクル”である。このタイプのシステムでは、最大周波数 B とチャンネル数 N は一定である。N 個目のシフトレジスタまで到達したデータは、再び 1 個目に”リサイクル”されて、再びシフトレジスタを通ることになる。これにより、チャンネル数の多さと、周波数分解能において大きな利点がある。ただし、バンド幅は限りがある。

これらの発展によって、デジタル分光計はより幅広く使われるようになった。このトレンドは持続すると思われる。

自己相関のシステムは単一鏡に使われ、ACF の左右対称の性質を使っている。これに対し、相互相関のシステムは干渉計に使われており、最も簡単な 2 台の干渉計でさえ、出力は左右対称ではない。これらはそれぞれの周波数ごとに振幅と位相の情報として表される。相互相関のハードウェアには FX と XF のどちらも用いることができるが、FX のほうが time delay を位相シフトとして扱えるため、より簡単に導入できるという利点がある。

Acousto-Optical Spectrometers

ミリ波での分子スペクトルの発見によって、数百 MHz のバンド幅をもつ分光器が必要になってきた。100 [GHz] では、速度帯幅 300 [km/s] が周波数幅 100 [MHz] に対応する一方、最も狭いライン幅は 30 [kHz] ほどである。自己相関型分光計は複雑な方法によってこの分解能を達成しているが、より簡単に周波数分解能とバンド幅を変化させることのできる分光計が必要になってきた。音響光学型分光計 (AOS) はこのような要求を満たす分光計である。

AOS では、受信した電波を圧電素子 (トランスデューサー) に入力すると、逆圧電効果によって超音波が発生し、結晶中に周期的な屈折率の変化が生じることを利用している。この屈折率の変化は 3 次元のグレーティングと考えることができ、これによって結晶に入射した光が回折を起こす。つまり、入力した電波の周波数に応じた間隔 Λ のグレーティングが形成され、回折の角度などはそれに対応している。この効果を音響光学効果といい、回折現象を音響ブラッグ回折と呼ぶ。実際の AOS では、単色レーザーをビームエキスパンダーで拡大したものを結晶に入射させ、上記の音響ブラッグ回析が起こる。回析光は焦点面にて CCD アレイによって検出される。これのブロック図を図 5.8 に示す。

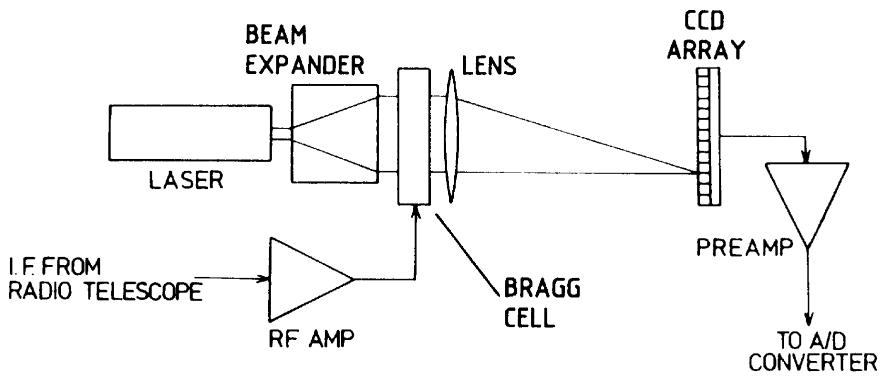

図 5.8

以下では図 5.9 を使って回折について説明していく。図のように、単色光が入射角 θ で入射し、角度 ϕ で回折するとすると、ブラッグの反射条件は以下の通りである。

$$\Lambda(\sin\phi - \sin\theta) = l\lambda \quad l = 0, \pm1, \pm2, \ldots \tag{5.21}$$

ここで Λ は超音波の波長、λ は単色光の波長である。

実用的な問題点としては、与えられた超音波の周波数 ν_s に対して波長 Λ を小さく取れるように、低音速の透明な結晶を見つけることである。また、超音波の吸収体は定在波のパターンを生じないようにしなければならない。このようなパターンは共振を引き起こし、高周波数帯域のデバイスには向かないためである。

回折光の強度は超音波の強度に比例するので、周波数ごとにことなる強さを持つ電波を入力

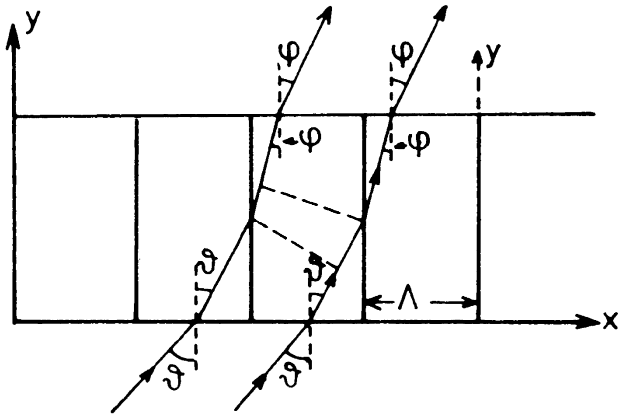

図 5.9

すると、それに応じで単色レーザー光の強度分布が空間に現れる。ブラッグの反射条件より、$\Lambda_s \nu_s = V_c$ とすると、次の式が成り立つ。

$$\cos\phi\delta\theta = \frac{l\lambda}{V_c}\Delta\nu_s \tag{5.22}$$

回折による光の広がりは、一般の回折格子の場合と同様に

$$\Delta\theta \simeq \lambda/L \tag{5.23}$$

と表される。ここで L はブラッグ素子の開口部長さである。よってチャンネルの最大数 N_0 は以下の通りに表される。

$$N_0 = \frac{\delta\theta}{\Delta\theta} = \frac{L}{V_c\cos\phi}\Delta\nu = \frac{\tau_c}{\cos\phi}\Delta\nu \tag{5.24}$$

隣接する高次の回折光と 1 次の回折光が重ならないという条件から、周波数幅 $\Delta\nu$ は制限される。具体的には $\Delta\nu < 2\nu/3$(「現代の天文学 16」より) となり、周波数幅は入力する信号の中心周波数によって制限される。

ダイナミックレンジは、非線形応答や CCD アレイの暗電流、他の内部ノイズによって制限を受ける。

また、AOS はレーザースペックルの影響を受ける。これは、力学的・熱的な変動による光路長の変化によって空間的・振幅的な変動が生じ、それがスペックルパターンを生じさせる。これによってかなりのノイズや鋭く狭いスパイク？が付加されてしまう。スパイクの主な原因は、偏向していないレーザーから光が分散し、それを CCD が検出してしまうことである。これを低減するために、変更したレーザーのみが CCD に届くように、レーザー光を制限することである。また、CCD の前に偏光フィルターを置くことにより、散乱光を 20 [dB] ほどカットすることができる。