# H24 課題研究ゼミ Tools of Radio Astronomy 5th edition

S112006 天文学科4年 谷口暁星

2012年6月25日

# Chapter 5

# **Practical Receiver Systems**

# 5.1 Historical Introduction

Jansky と Reber によって使われていた初期の受信器は可干渉ラジオメーター (coherent radiometer) である。これらのラジオメーターは受信波の位相を保存し、単一の偏波 (polarization) に感度を持つ。大抵は可干渉ラジオメーターはスーパー・ヘテロダイン (superheterodyne) で ある。このようなシステムでは、より進んだプロセスの前に周波数を他の (大抵は低い) 周波数 に変換される。普通はこのプロセスは中間周波数 (IF: Intermediate Frequency) の中での増幅と 検出から成る。このような検出器は電波の解析において大きな柔軟性を可能にするが、多くの 部品が関係してくる。可干渉受信器はフロントエンド (front ends) とバックエンド (back ends) に分類される。これを分ける場所はやや恣意的である。普通はフロントエンドは天体からの電 波の周波数 (sky frequency)、バックエンドはより低い周波数 (lower frequency) において機能 する。

フロントエンドは sky frequency に作用する増幅器 (amplifiers) と、周波数変換器であるミ クサー (mixers) にて構成される (mixer は含まれない場合もある)。トレンドとしては、フロン トエンドの感度が上昇するとともに、より高い周波数で機能するようになってきている。初期 のフロントエンドは室温 (room temperature) のミクサーから成っていた。後にこれらは非冷却 な、さらには冷却された増幅器・メーザー増幅器・冷却トランジスタ増幅器・ミリ波サブミリ 波波長での超電導ミクサー (superconducting mixers) などの外部 (exotic) のデバイスに置き換 わった。

バックエンドは偏波・時間構造 (time structure)・広い周波数幅のスペクトル放射分布を解析 するデバイスである。トレンドとしては、バックエンドを構成するすべてのタイプの部品がデ ジタル化されてきている。しばしばこれらの部品は商用のエレクトロニクス用途として開発さ れるが、電波天文学的な用途にも問題なく適合されている。

非干渉ラジオメータ (incoherent radiometer) ーは位相を保存しない;これらは直接検出の

システムとして機能する。位相と振幅が保存されるので、可干渉ラジオメーターのみが電波 干渉計として使用される。非干渉ラジオメーターのミリ波サブミリ波で最も一般的なもの はボロメータ (bolometer) である。ボロメータは基本的に超高感度の温度計である。これら は広いバンド幅と高い感度を持っている。ボロメータは両方の偏波に対して感度を持ってい る。ミリ波サブミリ波での単一鏡で連続波 (continuum) 観測においては、半導体ボロメータ (semiconductor bolometers) を使用するのが主流である。これらはすべて F.J.Low によって開 拓された実際的なデザインに従っている。

## 5.1.1 Bolometer Radiometers

ボロメータの機能は素材の抵抗 R が温度によって変化することを用いている。放射がボロ メータの素材に吸収されると温度が変化する;この温度変化は入射した放射の強度 (intensity) の値である。この熱的効果は吸収された放射の周波数に依存しないため、ボロメータは本質的 に広周波数帯域 (broadband) のデバイスである。必要となる周波数の区別は外部のフィルター によって成される。バイアスの電圧は最適な動作のためにボロメータに適用しなければならな い。特に超電導ボロメータにとって重要なことだが、バイアスの電圧を以下のように無視す る。この扱いは Mather(1982) と Jones(1953) の解析に従っている。

図 5.1.1 のように、熱検出器の受信部分が放射吸収素材と、それに接続された温度  $T_0$  の熱浴 (heat sink) であるとする。熱吸収による受信部分の温度応答は、熱容量 (thermal capacity) と、 受信部分と熱浴間の熱コンダクタンス (thermal conductance) に影響される。温度応答の関係 式は、RC 回路のアナロジーから推測される。熱容量とコンダクタンスが  $\mathcal{C}$  と  $\mathcal{G} = 1/R$  で表 されるとき、エネルギー平衡の方程式は次の通りである。

$$\mathscr{C}\frac{d\Delta T}{dt} + \mathscr{G} \cdot \Delta T = P \tag{5.1}$$

ここで  $\Delta T$  は受信部分の  $T_0$  からの温度上昇、P は吸収したエネルギー (power) である。定常的 なエネルギー流入 (power flow) では、最終的にはある一定の温度に達する;もし  $d\Delta T/dt = 0$ のとき

$$\Delta T = \frac{P}{\mathscr{G}} \tag{5.2}$$

となる。もしエネルギー流入が突然止まると、温度はそこからの時間 t に従って

$$\Delta T = \frac{P}{\mathscr{G}} e^{-t/\tau} \tag{5.3}$$

ここで

$$\tau = \mathscr{C}/\mathscr{G} \tag{5.4}$$



図 5.1 ボロメータ (右側の正方形) のスケッチ。天体からのパワー  $P_0$  はボロメータ部分の 温度を  $\Delta T$  だけ上昇されるが、これは熱浴の温度  $T_0$  よりは十分小さいものとする。熱容量  $\mathscr{C}$  はキャパシタンスの類推で理解できる。同様にコンダクタンス  $\mathscr{G}$  も電子回路におけるコ ンダクタンス G(=1/R) のアナロジーである。ボロメータにおけるノイズの振る舞いは、熱 力学的温度  $T_0$  とコンダクタンス  $\mathscr{G}$  に完全に依存する。この温度変化はボロメータの電圧を 降下させる (ボロメータの電子回路は図に示していない)。

であり、この受信部分の熱時定数 (thermal time constant) である。大抵、ボロメータに入射す る放射はチョッパー (chopper) の周波数 v によっ変調 (modulate) されるので

$$P = P_0 e^{2\pi i v t} \tag{5.5}$$

である。システム応答の位相シフトをすべて無視すると、(5.1) より ΔT は次の通りに表される。

$$\Delta T = \frac{P_0 e^{2\pi i v t}}{\mathscr{G}(1 + 2\pi i v \tau)}$$
(5.6)

温度変化の大きさ |ΔT| は次の通りである。

$$|\Delta T| = \frac{P_0}{\mathscr{G}\sqrt{1 + (2\pi\nu\tau)^2}} \tag{5.7}$$

変調周波数が  $1/\tau$  に対して十分大きいとき、温度応答は  $1/\tau$  に比例して減少する。 $v\tau \ll \frac{1}{2}\pi$ のとき、結果は定常状態の応答から推測される。ボロメータの実際的な使用においては、 $\tau$  は ミリ秒 ~ 秒の範囲である。天文学においてボロメータが使用に耐えるものであるためには、 以下に挙げる要求を満たす必要がある。

- 入力に対して最大温度ステップ ΔT で応答すること
- チョッパーの周波数が装置より速く、また天候の変化が使えるように、熱時定数 τ が小 さいこと
- 検出器のノイズが、理論的な最小値に可能な限り近いこと

最初の2つは、観測において熱容量 *C* とコンダクタンス *G* が最適になる検出器を要求している。理想的な状況では、吸収量を最大にし、熱容量を最小にすることを考える。

## ■RC 回路についての補足

RC 回路の理論について簡単にまとめておくことにする。まず RC 回路のフィルタ関数  $F(\omega)$  はインピーダンスの合成より次の通りに与えられる。

$$F(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1/i\boldsymbol{\omega}C}{R+1/i\boldsymbol{\omega}C} = \frac{1}{1+i\tau\boldsymbol{\omega}} \quad (\tau \equiv RC : \mathbb{B} \equiv \mathbb{X})$$

このフィルタ関数の絶対値 |F(ω)| は電圧の入出力比を表す。

$$|F(\boldsymbol{\omega})| = \frac{1}{|1+i\tau\boldsymbol{\omega}|} = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\boldsymbol{\omega}^2}}$$

ラプラス変換  $\mathscr{L}: g(t) \to G(s)$  について、今回使う範囲の変換表を載せておくことにする。インパルス入力電圧に対する積分回路の応答を上記のラプラス変換を用いて求める。まず、RC 回路の入出力は回路方程式より

g(t)(t < 0でゼロな実関数)	G(s)
g(t)	$\int_0^\infty g(t) \exp(-st) dt \ ( \overline{\mathbb{C}} \mathbf{\tilde{g}} )$
g(at) (a > 0)	$a^{-1}G(a^{-1}s)$
$\exp(-at)$	1/(s+a)
dg(t)/dt	sG(s)-g(0)

$$v(t) = \frac{Q(t)}{C} + R \cdot \frac{dQ(t)}{dt}$$
  $w(t) = \frac{Q(t)}{C}$ 

と書ける。v(t)、w(t)、Q(t)のラプラス変換をV(s)、W(s)、 $\widetilde{Q}(s)$ とすると、上記をラプラス 変換した結果は次の通りとなる。

$$V(s) = \frac{\widetilde{Q}(s)}{C} + Rs\widetilde{Q}(s)$$
  $W(s) = \frac{\widetilde{Q}(s)}{C}$ 

となる。変換の際、初期条件 Q(0) = 0 を用いた。これより上記から  $\widetilde{Q}(s)$  を消去すると

$$W(s) = \frac{V(s)}{RCs+1} = \frac{V(s)}{\tau s+1} \quad (\tau \equiv RC : \text{BFz})$$

となる。これにインパルス入力電圧の V(s) を代入することにより出力応答を求める。時刻 t = 0 にインパルス  $v_o\delta(t)$  があるとすると、入力電圧のラプラス変換は公式より  $V(s) = v_o$  で あるから

$$W(s) = \frac{v_o}{\tau s + 1} = \frac{v_o}{\tau} \cdot \frac{1}{s + \tau^{-1}}$$

これを公式と見比べることにより以下の通り応答関数を得る。

$$w(t) = \frac{v_o}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

## 5.1.2 The Noise Equivalent Power of a Bolometer

次に、ボロメータにおいてノイズを最小にすることを考える。ノイズの原因を以下に挙げる。

- ボロメータ内部のジョンソンノイズ (Johnson noise)
- 熱的変動 (thermal fluctuation)、またはフォノンノイズ (phonon noise)
- 背景フォトンノイズ
- 増幅器と負荷抵抗器 (load resistor) からのノイズ

冷却はこれらすべてのノイズの寄与の減少につながる。地上のボロメータでは背景フォトン ノイズがシステムのノイズを決定する。このノイズの単純化した半古典的な導出を考えるこ とにより、完全に量子化した統計的な導出も可能になる。[e.g. Mather(1982) or Griffin and Holland(1988)]

しばしば使われる検出器の質を測定する手段として、検出器のノイズ等価電力 (NEP: Noise Equivalent Power) がある。これは検出器の RMS ノイズ (Root Mean Square noise) と同じ出力 信号を与える入力パワーとして定義される。これは 2 温度間で切り替わっている正弦曲線的 (sinusoidally) に調整された入力に対する応答として定義されている。

黒体放射の領域では、フォトンの個数における RMS 変動の 2 乗は次の通りである。

$$(\Delta n_{\rm RMS})^2 = n(n+1) = n^2 + n \tag{5.8}$$

ここでnはフォトンの占有数であり、次の通りに表される。

$$n = \frac{1}{e^{hv/kT} - 1}$$
(5.9)

(5.8) の第1項は  $n \gg 1$  での Rayleigh-Jeans limit では支配的である。よってこの項のみを用 いる。占有数とマクロな数量を関連付けるために、ボロメータから見た背景の状態密度数 (density of states factor)・集光面積 A(collecting area)・立体角  $\Omega$ (solid angle)を考慮に入れな ければならない。状態密度数は  $2hv^3/c^2$  である;適切な単位系を設定するために、フォト ンのエネルギーのファクター hv が必要である。The total RMS value of fluctuations is twice the simpler expression, because of arguments similar to those used for the extra factor of 2 in connection with Johnson noise (Chap.1). よって

$$(\Delta P_{\rm RMS})^2 = 2\Omega A \int_0^\infty \left(\frac{2hv^3}{c^2}\right) \left(\frac{1}{e^{hv/kT} - 1}\right) hv\left(\frac{dv}{e^{hv/kT} - 1}\right)$$
(5.10)

となる。狭い周波数バンド  $v_0 \sim v_0 + \Delta v$  では 5.10 は

$$(\Delta P_{\rm RMS})^2 = 4\Omega A \frac{h^2}{c^2} \int_{\nu_0}^{\nu_0 + \Delta \nu} \frac{\nu^4}{(e^{h\nu/kT} - 1)^2} d\nu$$
(5.11)

となる。 $hv \ll kT$ を用いることにより

$$(\Delta P_{\rm RMS})^2 = \frac{4\Omega A}{\lambda^2} (kT)^2 \Delta v$$
(5.12)

となる。ボロメータの面積Aは様々な点で、アンテナの受信する背景放射におけるエネルギー とみなすことができる。よって単一のアンテナでは $\Omega A = \lambda^2$ となる (Eq. 7.11 参照)ので、 (5.12)はより簡潔に表される。今までは背景の**放射率**のファクター  $\varepsilon$ を無視してきた。これを 考慮に入れると、ノイズ等価電力は次の通りに表される。

$$NEP_{ph} = 2\varepsilon k T_{BG} \sqrt{\Delta \nu}$$
(5.13)

 $\varepsilon = 0.5$ 、 $T_{\rm BG} = 300 \, [{\rm K}]$ 、 $\Delta v = 50 \, [{\rm GHz}]$ のとき、NEP<sub>ph</sub> =  $9.3 \times 10^{-16} \, [{\rm WHz}^{-1/2}]$ となる。

30m IRAM 望遠鏡の集光面積で、100[GHz] のバンド幅のとき、容易に mJy の天体を検出で きる。この解析は、ボロメータのジョンソンノイズと熱的変動が無視できるという推測に基づ き、大抵の場合はそれで問題ない。これには他の欠点が存在する;ボロメータの広いバンド幅 では、バンド内に存在するスペクトル線の増加による連続波応答の混入 (contamination) が引 き起こされるかもしれない。

# 5.1.3 Currently Used Bolometer Systems

地上の電波望遠鏡に搭載されているボロメータは背景ノイズの制限を受ける (ノイズを小さ くできる限界がある?)ため、遠方の広がった天体をマッピングするスピードを上げる唯一の方 法は、多数のピクセルからなる大型アレイ (large array)を構成することである。現在のシステ ムでは、個々のボロメータのフィードのサイズにとりピクセルは2つのバンド幅に分かれてい る。大気の変動をキャンセルするのに最適な構成システムは、アレイの中心に設置した単一の 検出器の周りを、最密充填する形でリング上にアレイを配置するシステムである。これまでに 2つの大型ボロメータが、重要な観測結果を生み出してきた。まず1つめは MAMBO2(MAx-Plank-Millimeter BOlometer) である。これは 117 の検出器から構成され、IRAM 30m 望遠鏡で 使用されている。このシステムは波長 1.3[mm] で機能し、角分解能 11[″]を実現する。1回の 観測でカバーされた空の割合を視野 (FOV: field of view) という。MAMBO2 の視野は 240["] である。次に2つめシステムは SCUBA(Submillimter Common User Bolometer Array) であ る。これはハワイのマウナケアにある James-Clerk-Maxwell(JCMT) 15m サブミリ望遠鏡で使 用されている。SCUBA は 37 の検出器アレイで構成され波長 0.87[mm] で機能し、角分解能 14["]を実現する。またこれとは別に 91 の検出器アレイで構成され波長 0.45[mm] で機能し、 角分解能 7.5["]を実現する。両方とも視野は 2.3[']である。LABOCA(LArge BOlometer CAmera) アレイは APEX 12m 望遠鏡で使用されている。APEX は ALMA サイトのあるチリ 北部の、標高 5100m のチャナントール台地にある。LABOCA カメラは波長 0.87[mm] で機能

し、295 のボロメータからなる。これらは中心の検出器を囲むような六角形状のアレイを、9 つ同心円状に配置したものである。それぞれの角分解能は 18.6["]、視野は 11.4[']である。

### Superconducting Bolometers

ボロメータ受信器における将来の展望がある新しい開発は超伝導転移端センサー (TES: Transition Edge Sensors) と呼ばれる TES ボロメータである。これらの超電導デバイスは、ボ ロメータが背景の制限を受けないのであれば、感度を1桁以上良くすることを可能にするかも しれない。地上望遠用で使われている広周波数帯域のボロメータでは、暖かい背景が性能を制 限する。背景がない場合は、TES システムにおけるノイズの改善は、フォトンノイズによって 制限される;背景ノイズが制限される状況では、TES は半導体ボロメータに比べおよそ 2~3 倍の感度を持つ。地上望遠鏡にとっての TES の大きなアドバンテージは、多数の検出器を超 電導読み出しデバイスを用いて多重送信できることである。つまり、より大型のボロメータア レイを構成することができる。SCUBA は将来、エジンバラ天文技術センターで現在組立中の SCUBA-2 に置き換わるだろう。SCUBA-2 は 2 つの TES ボロメータからなるアレイで、それ ぞれのボロメータには 6400 もの検出器から構成され、それぞれ波長 0.87[mm]、0.45[mm] で 機能する。SCUBA-2 の視野は 8[′]になる。SCUBA-2 のデザインは集積回路に使われてい る光析出 (photo-deposition) 技術を用いている。このタイプの組立は個々のボロメータのピク セルを最密充填で配置することを可能にする。SCUBA-2 では 2 ビーム分のスペースを取る代 わりに、1 つのビームサイズを半分にする。

## Polarization Measurements

連続波のトータルパワーを測定するのに加え、ボロメータの前面に偏波に感度のあるデバ イスを置いて、直線偏光の向きと角度を測定することができる。SCUBA とともに使われてい る偏光計 (polarimeter) は、回転可能な水晶の半波長板 (half-wave plate) と、SCUBA の低温槽 (cryostat) の前に搭載された固定エッチングされたグリッドからなる。波長板は偏光面の間に  $\lambda/2$  の位相差を生む。シグナルは副反射鏡 (subreflector) を振ることにより、異なる空の位置 の間を切り替える。そして  $\lambda/2$  波長板の向きが変わり、以上の過程が繰り返される。もう一 つの機器が PolKA である。PolKA では副反射鏡を振らずに、 $\lambda/2$  波長板を絶えず回転させ る。この  $\lambda/2$  波長板の回転は偏光したシグナルに比例した変調シグナルを生む。ダスト微粒 子 (dust grain) からの偏光した熱放射が、このデバイスを用いて多数の天体で観測されている (ダスト放射の詳細は 10 章を参照)。

### Spectral Line Measurements

ここまでのボロメータの解説では広周波数帯の連続波の放射に集中してきた。周波数に反応 できる装置、あるいはマイケルソン、ファブリペロー干渉計がボロメータの後ろに置かれてい れば、同様に分光も可能である。このような分光計は天体の周波数に機能するため、周波数 分解能 ( $v/\Delta v$ ) が限定される。そのような装置の 1 つが SPIFI(South Pole Imaging Fabry-Perot Interferometer) である (Stacey et al. 2002)。SPIFI はマルチビームのファブリペロー干渉計で、 波長 0.3[mm] で機能し、速度分解能はおよそ 300[km/s] である。SPIFI は J = 7 - 6 の CO 回 転遷移スペクトル線と、炭素の  ${}^{3}P_{2} - {}^{3}P_{1}$  微細構造線を観測できるように設計されている (13 章の表 13.1 と 15 章の 15.8 を参照)。

# 5.2 Coherent Receivers

まず、干渉システムにおける最小ノイズの簡単な導出を行う。次に受信器の主要な部品の解 説をし、フロントエンドの特殊な形式を説明する。最後に連続波、偏波、スペクトル線、パル サーなどのデータを抽出するバックエンドについての解説をする。

## 5.2.1 The Minimum Noise in a Coherent System

可干渉受信器や増幅器における根本的な限界は、ハイゼンベルク不確定性原理 (Heisenberg uncertainty principle) の応用により得られる。まずこのよく知られた関係式からスタートすることにする。

$$\Delta E \Delta t \ge h/4\pi \tag{5.14}$$

これは若干異なる形に直されるべきである。光子数の不確定性と位相の不確定性から以下の通 りに書き換えることができる。

$$\Delta E = h v \Delta n \tag{5.15}$$

$$2\pi v \Delta t = \Delta \phi \tag{5.16}$$

これら (5.15) と (5.16) に代入することにより、以下の不確定性関係を得る。

$$\Delta\phi\Delta n \ge 1/2\tag{5.17}$$

(5.17)において等号が成り立つのは、光子数と位相がガウシアンで記述されるときである。

よって (5.17) を求める結果を得るために使うことにする。ゲインがG>1であるノイズの 無い増幅器は、入力された個数 $n_1$ の光子に対して $Gn_2$ の光子を出力する特性がある。加えて、 出力の位相 $\phi_2$ は入力の位相 $\phi_1$ と定数のずれ (shift)の和で表される。よって、理想的な検出 器における増幅器の出力部では、(5.17)の関係式に従わなくてはならないので、

$$\Delta \phi_2 \Delta n_2 = 1/2 \tag{5.18}$$

となる。しかし、このとき出力の光子の不確定性は  $\Delta n_1 = \Delta n_2/G$  であり、位相の不確定性は 同じままである。よって、増幅器の入力部では不確定性関係は

$$\Delta \phi_1 \Delta n_1 = 1/2G \tag{5.19}$$

となるだろう。しかしこの結果は (5.17) と矛盾している。この矛盾を解消するためには、増幅 器がいくらかのノイズを発生させていると考えるより他にない。増幅器の出力部で、(5.18) を 満たすような単位バンド幅当たりのノイズの最小量は、(G-1)hv である。増幅器の入力部に ついて考えると、これは (1-1/G)hv である。多段の増幅器からのノイズの寄与を最小にする ため、ゲイン G を大きな値にする必要がある。このとき増幅器の最小ノイズは hv であり、こ れは受信器のノイズ温度 (noise temperature) が以下の通り表される結果になる。

$$T_{\rm rx}(\rm minimum) = \frac{hv}{k}$$
(5.20)

ボロメータなどの非干渉検出器では位相が保存されないので、この最小値は存在しない。セ ンチメートルからミリメートルの波長領域では、このノイズ温度の下限はかなり小さい。例 えば、波長 2.6 [mm] ではノイズ温度の下限は 5.5 [K] である。しかし波長 0.3 [mm] では下限 は 47.8 [K] である。現在、最良の受信器のノイズはこの値の  $\simeq$ 5 倍ほどである。この導出 は、受信器のノイズ温度が量子限界 (quantum limit) より十分大きいときに有効である。Kerr、 Feldman、Pan(1996) によって指摘されている通り、検出器のノイズ温度が 40 [K] よりも小さ いとき、 $\frac{hy}{2k}$  で表されるゼロ点エネルギーが重要になってくる。このように微妙な効果がいく つかあるが、実際問題としては y 係数の値によってはゼロ点エネルギー (zero point energy) の 効果は検出器のノイズ温度の推定を 10% も上昇させる。

# 5.2.2 Basic Components: Passive Devices

## Thermal Noise of an Attenuator

減衰器 (attenuator) はラジオメーター回路において様々な箇所にあり、入力の大き過ぎる振幅を故意に減衰させるために置かれたり、あるいは単にケーブル、コネクタ、スイッチなどをつなぐ"不可逆的 (lossy) な"パーツとして置かれたりする。キルヒホッフの法則 (Kirchhoff's law) とともに、輻射輸送方程式は局所熱平衡 (LTE: Local Thermal Equilibrium) におけるデバイスの放出するノイズのパワーを決定するのに使われる。減衰器の出力における PSD(Power Spectrum Density) は、輻射輸送方程式 (1.9) を単一方向に積分することにより得られる。

#### Isolators

信号絶縁器 (isolator) は非相互的 (non-reciprocal) なデバイスである。すなわち、これらの回 路部品はパワーを一方向のみに通す。信号絶縁器は、受信器のシステム他のシステムに影響を 及ぼすパワーの反射を防止するため使われる。信号絶縁器は強磁場の中にある磁性体を含む回 路パーツからなる。これらのパーツは、一方向から入射された直線偏光の波がファラデー回転 によって遠くに伝搬するように設計されている。逆方向から入射した波は伝搬しない。よっ て、伝搬方向と磁場が与えられれば、このデバイスは一方向から他方向へ働く。

## **Directional Couplers**

方向性結合器 (directional coupler) は、ある量のパワーをシステムの他の部分に分岐させる ことができる。最も簡単な場合、このパーツは導波管 (waveguide) の中で波長の 1/4 だけ間隔 の開いた 2 つの穴 (opening) を持つ。これらの穴から放射された波は一方向に強め合い、他方 向ではキャンセルする。より複雑なものでは複数穴の結合器からなる。

# Phase Lock Systems

位相同期回路 (PLL: Phase Lock Loop) の目的は、位相と周波数の両方で安定した信号を出 力することである。これはヘテロダイン受信器において周波数の変調で必要とされる。PLL の構成要素の特徴は次の通りである。

1. 電圧制御発振器 (VCO: Voltage Controlled Oscillator):

... 入力電圧の変化によって発振周波数を変化させる。

2. 位相比較器 (phase comparitor\*1)

... 入力された2つの信号の位相差を電圧に変換し出力する。

3. ローパスフィルター (low pass filter)

位相比較器において、2 つの信号は基準線源 (reference source) と VCO からのものである。 PLL の構造図 (schematic) を図 5.2.2 に示す。



図 5.2 位相同期回路 (PLL) のスケッチ。マイクロウェーブの領域での LO 周波数のコント ロールに使われる。

<sup>\*1</sup> comparator の間違いでは?

## 5.2.3 Basic Components: Active Devices

## Cascading of Amplifiers

実用的な受信器におけるパワーの増幅率は 80 ~ 100 [dB]( $10^8 ~ 10^{10}$ )のオーダー\*<sup>2</sup>である。 このような大きな増幅は、いくつかのアンプの段をカスケードしたもの (図 **??**)によってのみ 実現され、それぞれのゲインを *G<sub>i</sub>* とすると、トータルのゲインは次の通りに表される。

$$G = \prod_{i=1}^{n} G_i$$

疑問点は、それぞれの段からノイズ温度 T<sub>Si</sub> の寄与があるとき、カスケードシステム全体のノ イズ温度はどれくらいかということである。もし 1 段目の入力の PSD が

$$P_0 = kT_{\rm A} \tag{5.21}$$

のとき、*i* 段目の出力 PSD は

$$P_i(\mathbf{v}) = [P_{i-1}(\mathbf{v}) + kT_{Si}]G_i(\mathbf{v})$$
(5.22)

となる。トータルのシステムノイズ温度  $T_{S}$  は、トータルのゲイン  $\Pi G_{i}$  とともに以下の通りに 表される。

$$P_n = k(T_A + T_A) \prod_{i=1}^n G_i(v)$$
(5.23)

(5.21) と (5.22) を (5.23) に代入することにより、カスケード増幅器におけるフリスの (伝達) 公式 (Friis formula) を得る。

$$T_{\rm S} = T_{\rm S1} + \frac{1}{G_1} T_{\rm S2} + \frac{1}{G_1 G_2} T_{\rm S3} + \dots + \frac{1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} T_{\rm Sn}$$
(5.24)

いくつかのアンプの段が必要なときは、一番のノイズ温度が小さいアンプが最初、その次に小 さいアンプが2番目…となるように組むべきである。他の重要な点としては、さらにノイズ を生むようなシステムを導入せずに増幅後の出力をいくつかに分岐できるということである。 よって、S/N比を悪化させずに単一の受信器の出力を多数のデバイスに向けて分岐することが できる。

フィルターやミクサーのような不可逆デバイスは G < 1 のようなゲインを持つ。これは普通は L = 1/G のように書かれ、変換損失 (conversion loss) と呼ばれる。DSB(double sideband) モードで用いられる古典的なミクサーで、シグナルとイメージバンド (image sideband) が等し く応答するものでは、3 [dB] 程度の損失を持つ。

 $x^{*2}$  ある量 y について、 $x = 10 \log_{10} y$  をデシベル表示といい、x[dB] と書く。

干渉法 (interferometry) のケースでは (Chap.9)、それぞれのアンテナからの増幅されたシグ ナルは、他の多数のアンテナからの信号と S/N 比の大幅なロスなく相関される。

## Mixers

単一周波数をシフトさせることには、次の2つの利点がある。

- 増幅されたシグナルのフロントエンドへのフィードバックを防ぐ。ハイゲインのカス ケード増幅器はよく不安定性により影響される。トータルのゲインが 10<sup>8</sup> ~ 10<sup>10</sup>(80 ~ 100[dB])のオーダーのとき、出力から入力への非常に小さいパワーの漏出でもシステ ムの異常振動を十分引き起こしうる。
- より容易に増幅できる周波数を選択するため。入力の周波数に局部発振器 (LO: Local Oscillator) からの単色のシグナルをミキシングすることで、出力の周波数をシフトさせる。

局部発振器はしばしば局部発振器もしくは LO と書かれる。ミキシングの過程で、シグナルの 位相はある定数分だけずれる。ミキシングにおけるノイズの付加を除けば、ミキシングによっ てシフトしたシグナルの持つ情報は変化すべきでない。

ミクサーは実際に周波数をシフトさせるデバイスである。原理的には、入力電圧と出力電流 との間に非線形の関係があるどんな部品もミクサーとして使える。しかし、ミクサーの特性の 導出は純粋に二次的な特質には最も簡単である。ミクサーはヘテロダイン受信器に必須な部分 である。半導体の金属接合 (metal junction) がミクサーとして使われる。入力のショットキー 接合 (Schottky junction) においてシグナルと局部発振器の周波数を加えることにより、マイク ロウェーブミクサーを作ることができる。つまり、これらの周波数の和と差が出力として現れ る。このようなミクサーの質は、これが作動する電圧、すなわち動作点での電流-電圧特性の 変化に依存する。

$$I = \alpha U^2 \tag{5.25}$$

U はシグナル  $E \sin(2\pi_{S}t + \delta_{S})$  と局部発振器  $V \sin(2\pi v_{LO}t + \delta_{LO})$  の和である。よって出力パワーは

$$I = \alpha [E \sin(2\pi v_{\rm S}t + \delta_{\rm S}) + V \sin(2\pi v_{\rm LO}t + \delta_{\rm LO})]^2$$
  
=  $\alpha E^2 \sin^2(2\pi v_{\rm S}t + \delta_{\rm S}) + \alpha V^2 \sin^2(2\pi v_{\rm LO}t + \delta_{\rm LO})$   
+  $2\alpha EV \sin(2\pi v_{\rm S}t + \delta_{\rm S}) \sin(2\pi v_{\rm LO}t + \delta_{\rm LO})$  (5.26)

三角関数の和公式を用いると以下を得る。

$$I = \frac{1}{2}\alpha(E^{2} + V^{2})$$
(DC component)  

$$-\frac{1}{2}\alpha E^{2}\sin\left(4\pi v_{S}t + 2\delta_{S} + \frac{\pi}{2}\right)$$
(2nd harmonic of signal)  

$$-\frac{1}{2}\alpha V^{2}\sin\left(4\pi v_{LO}t + 2\delta_{LO} + \frac{\pi}{2}\right)$$
(2nd harmonic of LO)  

$$+\alpha VE\sin\left[2\pi(v_{S} - v_{LO})t + \left(\delta_{S} - \delta_{LO} + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$
(difference frequency)  

$$-\alpha VE\sin\left[2\pi(v_{S} + v_{LO})t + \left(\delta_{S} + \delta_{LO} + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$
(difference frequency) (5.27)

出力はいくつかの周波数の異なる成分の重ね合わせ (superposition) で表される (5.2.3): DC



図 5.3 ミクサーの入力および出力。太い矢印が与えられたある値である。システムの表し方には次の 2 通りがある: (a) 入力周波数  $v_{LO} \ge v_S$  が与えられている場合。(b)  $v_{LO} \ge v_{IF}$  で書かれている場合。この場合、USB( $v_{LO} + v_{IF}$ ) と LSB( $v_{LO} - v_{IF}$ ) が IF シグナルに寄与する。

シグナル、シグナルと局部発振器の周波数の2倍のシグナル、そしてシグナルと発振器の周波 数の和と差の成分である。他の成分の振幅はシグナルもしくはLOの2次パワーに依存するの で、和と差のシグナルは1次のパワーに依存する。よって、これらの振幅は入力シグナルを正 確に再現 (reproduction) している。

適切なバンドパスフィルターを用いることにより、求めるシグナル以外の成分は抑えること ができる。この意味では、ミクサーは周波数  $v_{IF} = v_S - v_{LO}$ の出力を生成する線形のデバイス と考えることができる。デバイスの特性曲線が (5.25) と異なる場合も同様にある。フィルター はシグナルの損失を引き起こすので、ある種の応用においてはフィルターをミクサーの手前に 置くことができない。この場合、ミクサーはダブルサイドバンド (DSB: Double Side Band)の デバイスとして使われる。DSB ミクサーの出力は図 5.2.3 に示されている。ある局部発振器の 周波数において、2 つの周波数バンドが LO 周波数を挟んで IF 周波数分だけ離れて、IF バン ド側にシフトしている?普通は片方のバンドが求めるバンドであり、他方は必要ない。これら はシグナルバンドとイメージバンドと呼ばれる。単一の非線形回路からなるミクサーは両方の



図 5.4 DSB において sky 周波数から出力にシフトした周波数のスケッチ。この例では、入 力の sky 周波数が 115 [GHz] の USB と 107 [GHz] の LSB に当たり、出力周波数は 4 [GHz] である。傾いた箱型はパスバンドを表している。箱の傾きの方向は周波数における上側と 下側をそれぞれ示している。

サイドバンドを受信する。ミリ波サブミリ波の領域では、このようなミクサーが受信機の第1 段階として依然として一般的に使われている。単一の連続波の観測において、両方のサイドバ ンドはシグナルを含んでいるので、この状況では DSB は S/N 比を減少させない。しかし単一 のスペクトル線観測においては、スペクトル線の興味は片方のサイドバンドのみである。もう 一方のサイドバンドは余分なノイズと、おそらく混乱するようなラインである。よってシング ルサイドバンド (SSB: Single Side Band)の観測が望ましい。もし、イメージサイドバンドが除 去されたら、ミクサーは SSB モードで動作していると言ってよい。これはミクサーの手前に フィルターを挿入することによって達成される。しかし、フィルターは不可逆なパーツである ので、この方法ではシステムノイズ温度が増加してしまう。もしミクサーが受信機の最初の構 成要素である場合、システムの劣化は大きいので、フィルターとミクサーの組み合わせはシグ ナルが増幅された後に用いられるべきである。もしミクサーが受信機の最初の構成要素として 使われる場合、SSB ミクサーを使うのがより良い。



図 5.5 SSB ミクサーのスケッチ。