

〈前回の復習〉

- ・ パワースペクトル：密度ゆらぎ $\delta(\mathbf{r}) \equiv (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$ を

$$\delta(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \delta_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad \delta_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{L^3} \int \delta(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3\mathbf{r} \quad (2.38, 2.39)$$

と Fourier 展開して、

$$P(k) \equiv \langle |\delta_{\mathbf{k}}(k)|^2 \rangle, \quad \xrightarrow{\text{無次元化}} \quad \Delta^2(k) = \frac{V}{2\pi^2} k^3 P(k). \quad (2.40, 2.43)$$

- ・ **Harrison-Zel'dovich** スペクトル：インフレーション宇宙における密度ゆらぎがスケール不変であるためには、

$$P(k) \propto k^{n_s} \quad \xrightarrow{\text{無次元化}} \quad \Delta^2(k) \propto k^{n_s+3} \quad (2.44, 2.45)$$

において $n_s = 1$ であればよい。スケール不変性はゆらぎが地平線を出ると破れてしまうが、このとき

$$n_s \simeq 1 - 6\varepsilon + 2\eta.$$

- ・ CMB の温度ゆらぎ： $\Theta(\theta, \phi) \equiv (T - \bar{T})/\bar{T}$ を

$$\Theta(\theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2.50)$$

と展開して、

$$C_{\ell} \equiv \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle \quad \text{もしくは} \quad C'_{\ell} \equiv \frac{\ell(\ell+1)}{2\pi} \bar{T}^2 C_{\ell} \quad (2.52)$$

をパワースペクトルとする。 m は $-\ell \leq m \leq \ell$ をみたす整数で各 ℓ に対して $2\ell+1$ 通りの m しか存在しないので、 C_{ℓ} の不確かさは

$$\Delta C_{\ell} = \sqrt{\frac{2}{2\ell+1}} C_{\ell} \quad \text{cosmic variance.} \quad (2.53)$$

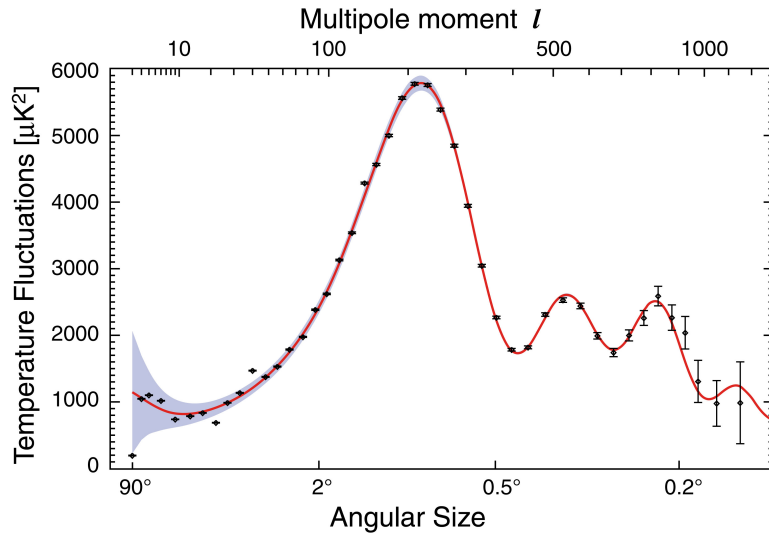


図 2.0 WMAP が観測した CMB のパワースペクトル。特徴的な構造がいくつか見られるが、例えば ℓ が小さい領域のグラフは水平になっている (**Sachs-Wolfe plateau**)。

- ・ 宇宙のトポロジー：これも CMB に影響を及ぼす。光が 1 周して戻ってくるまでの距離のスケールが十分に小さければ CMB に特徴的な変化が現れるはずであることは分かっているが、そのような兆候は見られない。

2 宇宙マイクロ波背景輻射（続）

2.11 CMB の双極子成分

今度は CMB の微小な温度ゆらぎから目を離していき、CMB の双極子成分を見ることにしよう（図 2.2 の 2 行目）。この双極子状の温度の差は、地球が CMB の静止系に対して移動して CMB が Doppler shift することで生じたものである。ここでは、CMB が双極子成分をもつことを示す。ただし、CMB の静止系 K' が我々の静止系 K に対して速度 $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ で動いているとする。

まず K 系の位置 $\mathbf{x} = (x, y, z)$ において $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ の向きに進む波

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{x}) &= A \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) & (A \text{ は振幅}) \\ &= A \cos(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)\end{aligned}$$

を考える。座標に対する逆 Lorentz 変換が

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{cases} t = \gamma \left(t' + \frac{\beta}{c} x' \right) \\ x = \gamma (x' + \beta ct') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \beta \equiv v/c, \\ \gamma \equiv (1 - \beta^2)^{-1/2} \end{array} \right)$$

で与えられたことを思い出すと、この波は K' 系では

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{x}') &= A \cos \left[k_x \gamma (x' + \beta ct') + k_y y' + k_z z' - \omega \gamma \left(t' + \frac{\beta}{c} x' \right) \right] \\ &= A \cos \left[\gamma \left(k_x - \frac{\beta}{c} \omega \right) x' + k_y y' + k_z z' - \gamma (\omega - k_x v) t' \right]\end{aligned}$$

と見える。これは

$$\psi(\mathbf{x}') = A \cos(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}' - \omega' t') = A \cos(k'_{x'} x' + k'_{y'} y' + k'_{z'} z' - \omega' t')$$

と一致するはずなので、周波数 ω および波数 k の変換は

$$\frac{\omega'}{c} = \gamma \left(\frac{\omega}{c} - \beta k_x \right), \quad k'_{x'} = \gamma \left(k_x - \frac{\beta}{c} \omega \right), \quad k'_{y'} = k_y, \quad k'_{z'} = k_z \quad (2.56)$$

で与えられる。ちなみにこの逆変換は

$$\frac{\omega}{c} = \gamma \left(\frac{\omega'}{c} + \beta k'_{x'} \right), \quad k_x = \gamma \left(k'_{x'} + \frac{\beta}{c} \omega' \right), \quad k_y = k'_{y'}, \quad k_z = k'_{z'}$$

である。ここで z (z') 方向の運動はないとし、また K 系における運動が x 軸から測って角度 θ だけ傾いている場合を考える。すると波数は $k_x = k \cos \theta \equiv (\omega/c) \cos \theta$ と書けるので、式 (2.56) の第 1 式より

$$\omega' = \gamma \left(\omega - v \frac{\omega}{c} \cos \theta \right) = \gamma (1 - \beta \cos \theta) \omega \quad (2.59)$$

を得る。この周波数のずれは宇宙膨張に由来し、赤方偏移と呼ばれる。ちなみにこの逆変換は

$$\omega = \gamma (1 + \beta \cos \theta) \omega'$$

である。

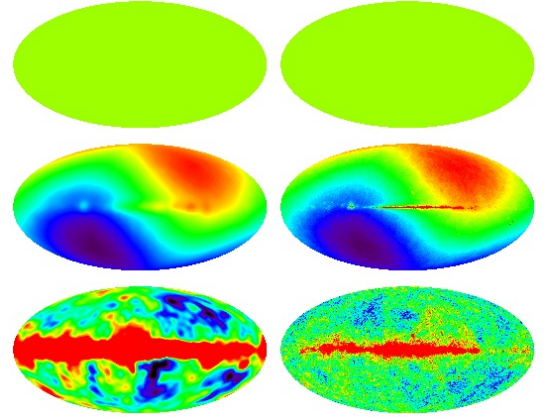


図 2.2 COBE (左) と WMAP (右) による CMB の温度分布。赤色と青色の温度差は 1 行目から順に 4 K, 8 mK, 18 μ K。

例題 2.0 (1) 式 (2.56) より、ベクトル $(\omega/c, \mathbf{k})$ が 4 元ベクトルであることを示せ。

(2) 波の位相 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t$ が系によらず一定であることを示せ。

解答 (1) 式 (2.56) より、ベクトル $(\omega'/c, \mathbf{k}')$ と $(\omega/c, \mathbf{k})$ は

$$\begin{pmatrix} \omega'/c \\ k'_{x'} \\ k'_{y'} \\ k'_{z'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega/c \\ k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix}$$

と変換する。したがって $(\omega/c, \mathbf{k})$ は 4 元ベクトルである。■

(2) (1) と同様に計算して

$$\begin{aligned} \mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}' - \omega' t' &= k'_{x'} x' + k'_{y'} y' + k'_{z'} z' - \omega' t' \\ &= \gamma \left(k_x - \frac{\beta}{c} \omega \right) \gamma (x - \beta ct) + k_y y + k_z z - \gamma (\omega - k_x v) \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right) \\ &= \gamma^2 \left[\left(k_x - \frac{\beta}{c} \omega \right) (x - \beta ct) - (\omega - k_x v) \left(t - \frac{\beta}{c} x \right) \right] + k_y y + k_z z \\ &= \gamma^2 [(1 - \beta^2) k_x x - (1 - \beta^2) \omega t] + k_y y + k_z z \\ &= k_x x + k_y y + k_z z - \omega t \\ &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t \end{aligned}$$

となるので、波の位相は系によらず一定である。■

さて、CMB の黒体輻射スペクトルが宇宙膨張によって形を変えないことは既に 2.2 節で勉強した。ただしそのときの周波数と温度がともに

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{1}{1+z}, \quad \frac{T'}{T} = \frac{1}{1+z} \quad (2.3)$$

と書けていたことを思い出せば、式 (2.59) が周波数の式なのを

$$T' = \gamma(1 - \beta \cos \theta) T \quad \left(\begin{array}{l} T' \text{ は CMB の静止系における温度,} \\ T \text{ は地球で観測される温度} \end{array} \right) \quad (2.60)$$

と温度の式に書き直せる。ここで $T' = \text{const.}$ (静止系において温度が一様) として式 (2.60) を β について展開すると、

$$\begin{aligned} \frac{T}{T'} &= \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)} = (1 - \beta^2)^{1/2} (1 - \beta \cos \theta)^{-1} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 + \dots \right) (1 + \beta \cos \theta + \beta^2 \cos^2 \theta + \dots) \\ &= 1 + \beta \cos \theta + \beta^2 \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) + \mathcal{O}(\beta^3) \end{aligned}$$

より温度ゆらぎ Θ が

$$\Theta \equiv \frac{T - T'}{T'} = \beta \cos \theta + \beta^2 \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) + \mathcal{O}(\beta^3)$$

と得られる。この 1 次の項は観測者が CMB の静止系に対して近づく ($\theta = 0$) とき正、遠ざかる ($\theta = \pi$) とき同じ絶対値で負をとるので、双極子成分を表している。したがって、CMB が双極子成分をもつことが示された。ちなみに 2 次以上の項は、双極子からの微小な補正を表す。

実際の双極子成分の振幅は、WMAP や COBE により $\simeq 3.35 \text{ mK}$ と観測されている。これは太陽系の固有運動にして $\simeq 370 \text{ km/s}$ 、銀河系の固有運動にして $\simeq 630 \text{ km/s}$ に相当する。

2.12 CMB の音響ピーク

インフレーションによって作られた初期密度ゆらぎは、成長して光子・バリオン（・ダークマター）の密度ゆらぎの元になった。そのうち光子は自由電子によって散乱され、バリオン（陽子）と自由電子はともに電氣的に結びつくので、結

局光子・バリオン（・電子）は互いに強く相関していることになる。すると光子とバリオンは一かたまりの流体として見なすことができるのである！

例えばこの流体が密度ゆらぎをもつと、高密度の部分にはより大きな重力がはたらき、周囲の流体を集めてさらに高密度になる。この過程が繰り返されるとそのうち流体の中心部で光子の圧力が効くようになり、流体の集積が妨げられる。この中心からの圧力は、ゆらぎを音波振動として伝播させる：

$$\nu = \frac{c_s}{\lambda} \quad \left(c_s = \frac{c}{\sqrt{3 + 2.25\Omega_b/\Omega_r}} \text{ は音速} \right).$$

これをバリオン音響振動 (**Baryon Acoustic Oscillation: BAO**) という。ただし、波長 λ は宇宙の非一様性の大きさによって決まる。

ここで、情報が光速で伝わっていくとしたときに因果律が成り立つような領域を粒子の地平線と呼んだことを思い出そう (2.7 節)。これと同じように今回は密度ゆらぎが音速で伝播するので、ゆらぎが伝わる領域を音地平線と呼ぶことにする。またゆらぎが振動として伝わるのであれば楽器の音と同じように、“基本音” や “倍音” で共鳴するはずである。この共鳴によるピークは実際に観測でも確認されていて、図 2.9 の中央にある最大のピークが基本音、その右隣にあるピークが 2 倍音に相当する。これらのピークを CMB の **Doppler ピーク**、もしくは**音響ピーク**という。

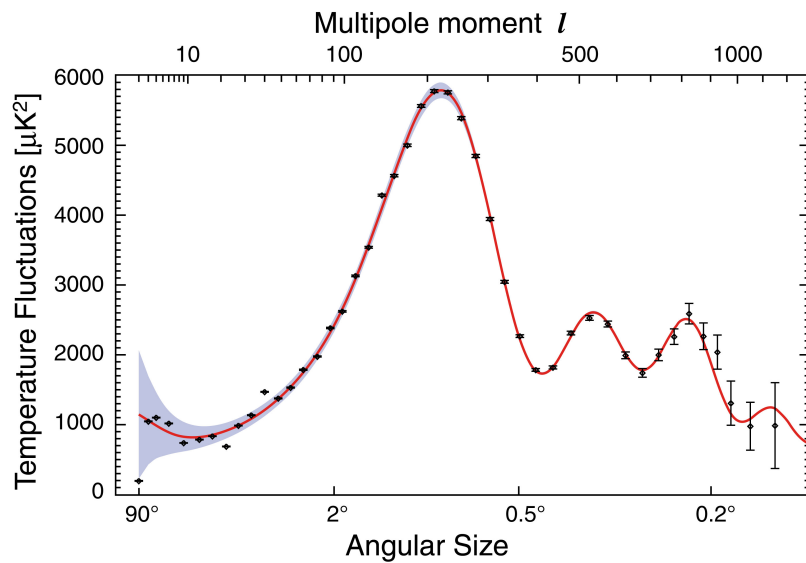


図 2.9 WMAP が観測した CMB のパワースペクトル。

問 2.8 再結合直後の宇宙の側から CMB を眺めたとき、図 2.9 のような音響ピークは確認できるか？

解答 CMB 自体は CMB 光子が届けば観測されるはずである。しかし問題文の設定では CMB は実際よりも近い場所にあるので、ゆらぎのピークの視直径も波長も実際のものとは異なる。したがって、音響振動の形は図 2.9 のようにはならない。■

問 2.9 $c_s = c/\sqrt{3}$ とするとき、音地平線の大きさ d_s を求めよ。

解答 CMB の時代には宇宙は既に物質優勢だった（輻射と物質の密度が等しくなるのは $z \simeq 24\,000$, 再結合は $z = 1090$ ）ので、このときの粒子の地平線の大きさは

$$d_H = \frac{2c}{H(z=1090)} = 460 \text{ kpc}$$

である (2.7 節)。音地平線と粒子の地平線の大きさはそれぞれ伝播の速度によって決まるので、音地平線の大きさは

$$d_s \simeq d_H \times \frac{c_s}{c} = 460 \text{ kpc} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 270 \text{ kpc}$$

となる。CMB の粒子の地平線の大きさは $\sim 2^\circ$ に相当したが、この音地平線の大きさは $\sim 0.8^\circ$ に相当する。■

問 2.9 の解答で述べたように、音地平線の大きさ d_s は

$$d_s = R_0 \int_0^t \frac{c_s}{R(t')} dt' \simeq \frac{c_s}{c} d_H, \quad \left(c_s = \frac{c}{\sqrt{3 + 2.25\Omega_b/\Omega_r}} \right)$$

と表される。この値は Ω_b や Ω_r の値を元に計算できるので、音地平線は標準ものさし (3.10 節) と見なせる。具体的には、 Ω_r は現在における CMB のスペクトルの規格化を通して決定できる。一方 Ω_b は次のようにして決められる：バリオンが増える (Ω_b が大きくなる) と光子によって排除されるバリオンも増え、上述の光子・バリオン流体はポテンシャル井戸のより深い所まで進入できるようになる。すると、この効果はバリオン音響振動が奇数倍振動のときの方が偶数倍振動のときよりも半波長分だけ大きいので、奇数倍振動のピークが強められる。したがって奇数倍振動のピークの強さを調べることで Ω_b を求められる。

バリオン音響振動は宇宙が膨張して十分に冷え、光子がバリオンと相互作用しなくなると終了する。これは要するに電子が水素原子核に捕まった宇宙再結合 (宇宙の晴れ上がり) のことであるが、光子の観点からは光子の脱結合とも呼ばれる。脱結合の際の音響振動の位相はそのまま光子とバリオンのゆらぎとして凍結するため、現在でも CMB の温度ゆらぎや宇宙の大規模構造における密度ゆらぎ (バリオン wiggle : 3.12 節) として観測される。

ただし光子の脱結合は一瞬で起きる訳ではなく、光子とバリオンの衝突回数が宇宙膨張に伴って少しずつ減っていくのである。このとき光子の平均自由行程は少しずつ長くなっていくが、光子はランダムウォーク的に拡散し、その拡散のスケール以下の小さなゆらぎを均してしまう。一方バリオンについても、拡散した光子との速度差による摩擦力を受けるために音響振動は減衰していく。すると光子・バリオンのゆらぎはともに、光子の拡散スケール以下の波長 (以上の ℓ) で減衰することになる。これを拡散減衰とか **Silk 減衰** とかいう^{*1}。実際図 2.9 を見ると、確かに ℓ が大きい側 (短波長側) のピークは ℓ が小さい側 (高波長側) のピークに比べて抑制されていることが分かる。

ザックス ヴォルフ

2.13 Sachs-Wolfe効果

宇宙再結合 (光子の脱結合) のあと、密度ゆらぎは宇宙膨張に伴ってゆっくりと進化する。周辺より密度が高い領域は重力によってさらに密度を高めるが、光子は既に脱結合しているために光子の圧力は効かず、音響振動も起こらない。したがって密度が高い領域はさらに高密度に、密度の低い領域はさらに低密度になっていく。この密度による重力ポテンシャルの差は、赤方偏移に影響を及ぼし、温度のゆらぎを作り出す。

遠方から飛んでくる光子の出発点におけるポテンシャルに比べて到着点における重力ポテンシャルの方が深いと、光子はそのポテンシャルの差を登る分だけエネルギーを消費する。すると光子はポテンシャルの違いによって赤方偏移または青方偏移することになるが、これを **Sachs-Wolfe 効果 (SW 効果)** という。また出発点と到達点のポテンシャルの差ではなく伝播途中におけるポテンシャルによって起こる SW 効果は、特に積分 **SW 効果 (ISW 効果)** と呼ばれる。ISW 効果は次の 2 通りの形で現れる：

- **初期 ISW 効果**……光子の脱結合時にはまだ完全に物質優勢にはなっておらず、僅かに残った輻射成分が重力ポテンシャルを変化させる。これが音地平線内に入るとゆらぎに影響を及ぼし、ISW 効果を生む。
- **後期 ISW 効果**……宇宙年齢がダークエネルギー優勢になると、宇宙の加速膨張によりポテンシャルは過去 (遠方) に比べて浅くなり、地球に飛んでくる光子はエネルギーを逆に獲得する。

特に後期 ISW 効果における重力ポテンシャルの変動は密度ゆらぎだけでなく CMB の温度ゆらぎの元にもなる。したがって CMB の温度ゆらぎと宇宙の大規模構造の間には何かしらの相関があるはずであるが、これは実際に SDSS で確認されている (図 2.10, 2.11)。

^{*1} Silk は「絹」ではなく人名 (Joe Silk)。

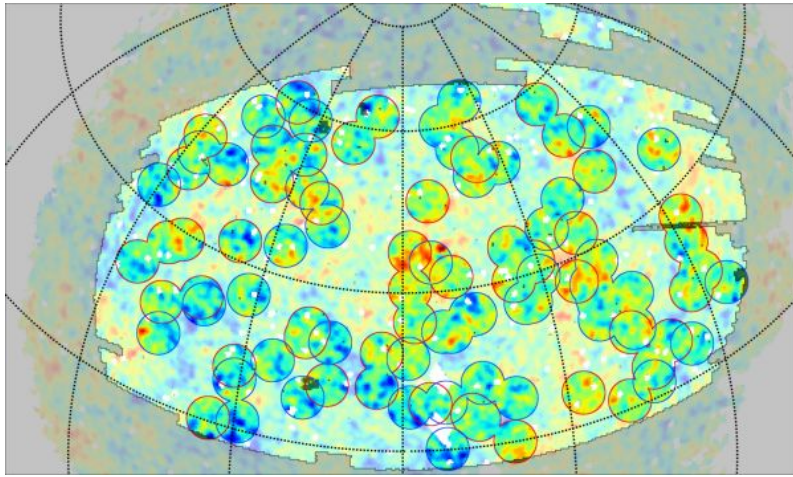


図 2.10 CMB と銀河団・ヴォイドの相関図。背景は CMB の温度分布を示し、手前の赤い円は銀河団・青い円はヴォイドの位置を示す。

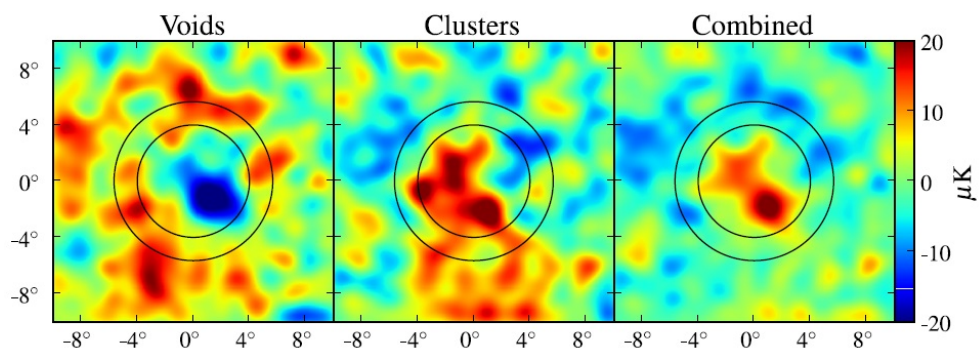
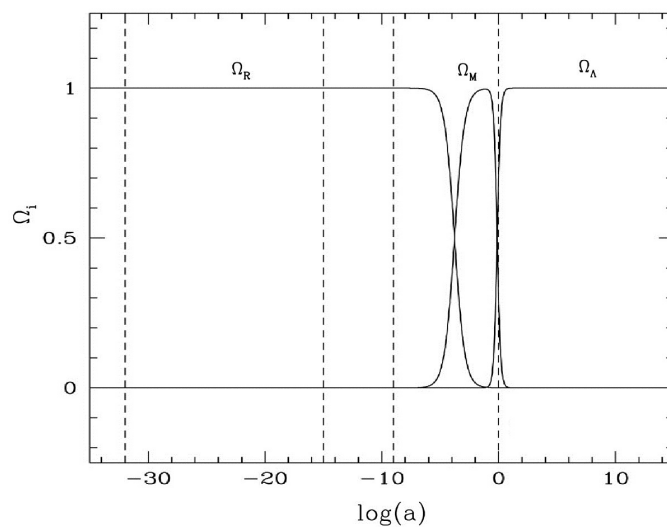


図 2.11 図 2.10 のデータを、ヴォイド (左)・銀河団 (中央)・全体 (右) ごとに平均した図。ヴォイドは CMB の低温領域 (青) に、銀河団は高温領域 (赤) にそれぞれ対応していることが分かる。

CMB の音響ピークを調べると、宇宙の極端な平坦さが確認できる。一方で後期 ISW 効果は平坦な宇宙と $\Lambda > 0$ のときにしか一致しないので、後期 ISW 効果の観測により Λ の値に制限を加えられる。CMB の温度分布だけから Λ を制限するのは難しいので、この性質は重宝されている。



補足図 2.1 (復習) 密度パラメータの遷移。横軸はスケール因子 $a(t)$ の常用対数、縦軸は密度パラメータ。 $+\infty > z \gtrsim 2 \times 10^4$ を輻射優勢期、 $2 \times 10^4 \gtrsim z \gtrsim 0$ を物質優勢期、 $0 \gtrsim z$ をダークエネルギー優勢期という。

2.14 宇宙再電離

宇宙で初めての天体（初代星）が生まれて成長すると、天体からの紫外線放射が（宇宙再結合のときに形成された）中性水素ガスを電離させる。これは宇宙再電離と呼ばれ、 $1100 \gtrsim z \gtrsim 6$ の時代に起こったと考えられている（図 2.12）。

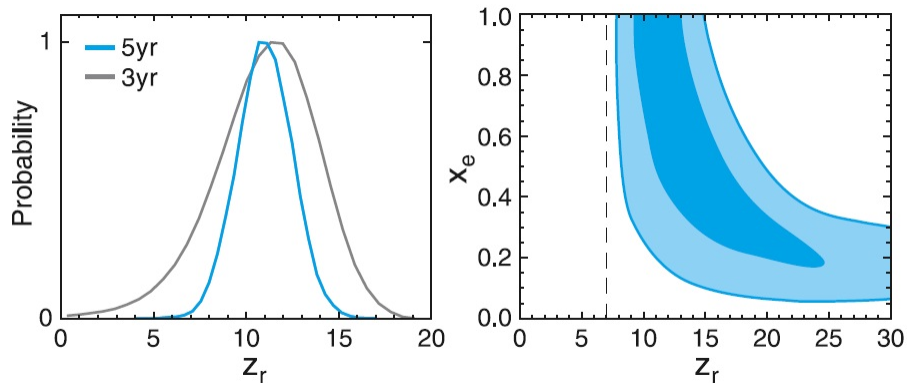


図 2.12 WMAP による、宇宙再電離が起こった時代に対する制限。（左）再電離が $z = z_r$ の一瞬で起こったと仮定したときの、 z_r が各値をとる確率。（右）再電離が $z = z_r$ の一瞬でまず x_e の割合が進んだあと、 $z = 7$ で今度は完全に電離して終了するとしたときの、 z_r と x_e の相関。

宇宙再電離が起こると再び自由電子の数が増え、CMB 光子が散乱されるようになる。すると Silk 減衰と同じ理由でバリオン音響振動が抑制される（2.12 節）。ただし今回は宇宙が透明になっているために光子は地平線のスケールまで広がり、減衰はそのスケール内 ($\ell \gtrsim 10$) で強くはたらく。その減衰率は、光子散乱による光学的厚みを τ ($= 0.087 \pm 0.017$) として $e^{-\tau}$ である。

バリオン音響振動を生じさせたり逆に抑制したりする要因は、これまでに挙げた ISW 効果や Silk 減衰、宇宙再電離だけではない。他の要因も簡単に列挙しておこう。

- **Rees-Sciama 効果**（2.13 節）……ISW 効果で非線型性も考慮にいったもの。
- **重力波**（6.10 節）……宇宙初期に生じた重力波は計量を歪ませ、それが温度ゆらぎを作る。
- **弱い重力レンズ効果**（7 章）……CMB 光子が曲げられると、温度分布はその分だけずれて見える。
- **Sunyaev-Zel'dovich 効果**（3.6 節）……銀河団を通る CMB 光子はエネルギーを高められ、温度がゆらぐ。
- **Doppler 効果**……再電離後の自由電子の特異速度の差により、温度がずれて見える。
- **偏光**（2.16 節）……Thomson 散乱により CMB 光子が偏光し、温度がゆらぐ。

2.15 宇宙論パラメータを制限する

CMB の温度ゆらぎの角度パワースペクトル C_ℓ' は、宇宙論パラメータ Ω に強く依存する。ゆえに C_ℓ' を正確に決めることができれば、 Ω たちを精確に求められる。図 2.13 は両者の相関を数値的に計算したものであるが、スペクトルの変化のしかたは、定性的にはそれぞれ次のように理解できる：

- $\Omega_{k,0}$ ……宇宙の曲率が大きくなると重力ポテンシャルの振幅が狭まり、後期 ISW 効果が現れる。すると ℓ が小さい側のパワースペクトルが強められる。また脱結合時のスケールを見込む角度 θ ($\sim \pi/\ell$) が小さくなるので、グラフは全体的に右 (ℓ が大きい側) へずれる。
- $\Omega_{\Lambda,0}$ ……グラフは $\Omega_{k,0}$ と同じ理由で、同じ変化をする。しかし $\Omega_{k,0}$ を固定した上で $\Omega_{\Lambda,0}$ を変化させても代わりに $\Omega_{m,0}$ が減少してしまい、グラフはあまり移動しない。したがってこの図から $\Omega_{\Lambda,0}$ を精確に決めるのは原理的に不可能である。

- $\Omega_{b,0}h^2$ ……2.9 節で学んだように、奇数番目（特に 1 番目）のピークは強められ、偶数番目のピークは弱められる。またバリオンの個数が増えると①音速が遅くなって音地平線が小さくなる、②自由電子が増えて光子の平均自由行程が短くなることによりグラフは右側へずれる。
- $\Omega_{m,0}h^2$ …… $\Omega_{m,0}$ が大きくなると、輻射密度と物質密度の逆転する時刻が早くなる。すると脱結合において物質からの寄与が大きくなり、初期 ISW 効果があまり効かず、第 1 ピークが弱められる。またある z に対する H が大きく（角距離が小さく）なって CMB を見込む角度が広くなるので、グラフは全体的に左側へずれる。

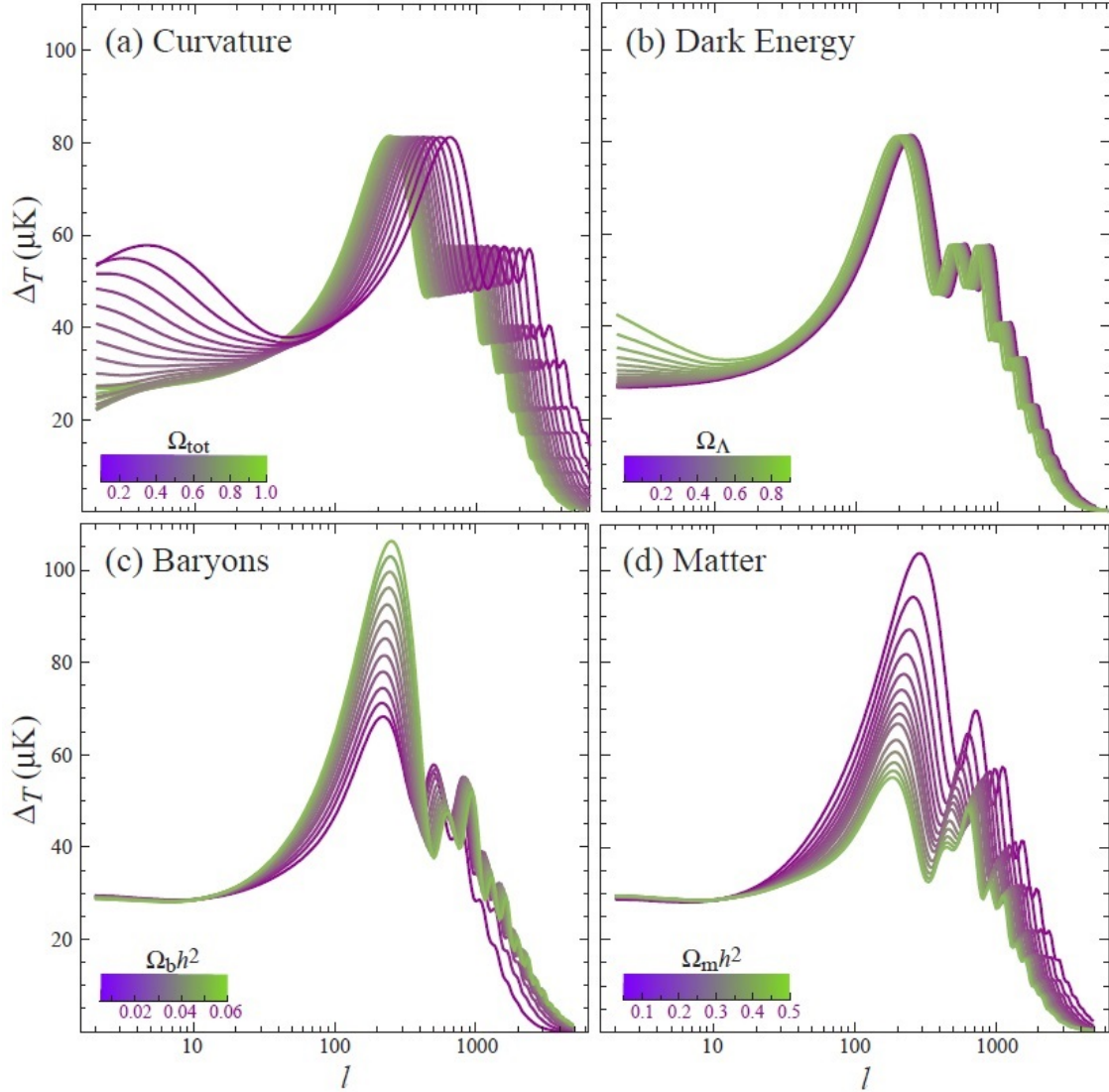


図 2.13 CMB の角度パワースペクトルの各宇宙論パラメータに対する依存性。基準を $\Omega_{\text{tot},0} = 1$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.65$, $\Omega_{b,0}h^2 = 0.02$, $\Omega_{m,0}h^2 = 0.147$ に選び、どれか 1 つだけを変化させたときのスペクトル $[\ell(\ell+1)C_\ell/2\pi]^{1/2}\bar{T}$ の変化を色で示している。(a) について、 $\Omega_{\text{tot}} = 1 - \Omega_{k,0}$ に注意。

図 2.13 とその考察から、 $\Omega_{b,0}$ と $\Omega_{m,0}$ は互いにある程度独立に求めることができる。一方で $\Omega_{\Lambda,0}$ を制限しようとしても $\Omega_{m,0}$ が減少してしまうので、図 2.13 だけから $\Omega_{\Lambda,0}$ を制限することはできない。このようにある量に対する制限が他の量の制限に依存してしまうことはパラメータ縮退と呼ばれ、CMB の観測にはつきものである。パラメータ縮退を解決するには、CMB と関係のない観測を行えばよい。例えば図 2.14 は、CMB に加えて高 z の 超新星 を利用して $\Omega_{m,0}$ と $\Omega_{\Lambda,0}$ を制限した結果である*2

*2 図 2.14 から分かるように、宇宙論パラメータに対する制限は非常に精度の良いところまで達している。これは調和宇宙論とも呼ばれている。

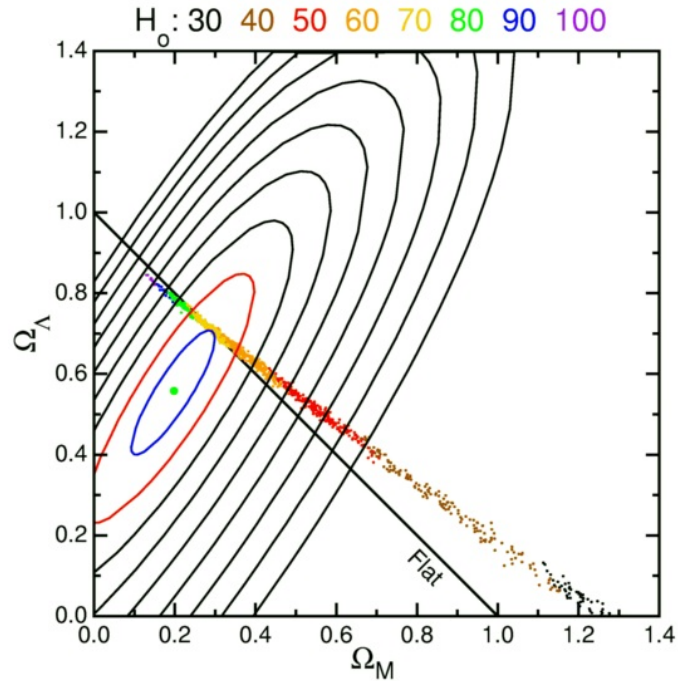


図 2.14 CMB と超新星を 同時に 用いた、 $\Omega_{m,0}$ と $\Omega_{\Lambda,0}$ に対する制限。同心円たちは超新星の観測で得られたデータで、内側から 1σ , 2σ , ... に相当する。一方色つきの点たちは CMB マップをモンテ・カルロ法により再現して得られた結果で、色は H_0 の値に対応している。両者を合わせると、 $\Omega_{m,0} \sim 0.3$, $\Omega_{\Lambda,0} \sim 0.7$ の狭い領域しか許されないことが分かる。

最後に、今までの（科学的な）議論とはかなり違った議論を紹介しよう。これは「宇宙は人類が存在するためにできている」という考え方、すなわち人間原理に基づくものである。

人間原理を認めれば、例えば「なぜ $\Omega_{m,0} > \Omega_{r,0}$ なのか」といった質問に対して「さもないければ星は作れず、人類は生まれ得ないからだ」と答えられる。このように、人類が存在するという事実から出発して宇宙モデルを制限する考え方を弱い人間原理という。一方、宇宙は我々の住んでいる“この宇宙”だけでなく他にもいくつもの宇宙（多元宇宙：**multiverse**）が同時に存在しているという考えに基づいて、我々の宇宙は知的生命体が発生するようにできているはずであると考えする方法は強い人間原理という。

ただしどちらの人間原理にせよ物理定数が現在の値をとる理由は説明できないし、余剰次元の問題にも答えることができない。人間原理に基づく解答は、物理学者が求めている解答とは本質を異にするものでしかない。

- ・ CMB の双極子成分：地球が CMB の静止系に対して移動することで生じる。
- ・ バリオン音響振動 (BAO)：光子・バリオン流体は中心部の光子の圧力により、ゆらぎを音波として伝播させる。この領域を音地平線といい、振動がもつ共鳴ピークを音響ピークという。

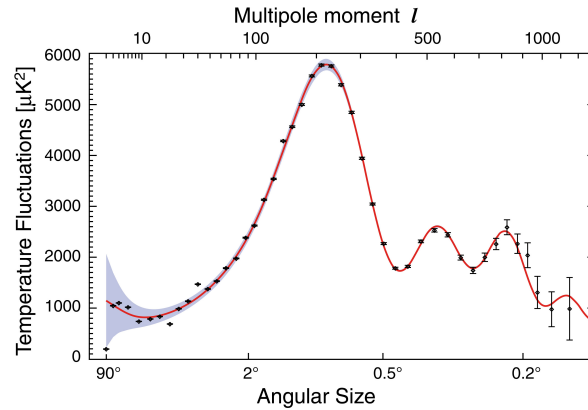


図 2.9 WMAP が観測した CMB のパワースペクトル。

- ・ Silk 減衰：バリオン音響振動は宇宙が膨張して十分に冷え、光子がバリオンと相互作用しなくなる（脱結合する）と終了する。この脱結合の過程における光子とバリオンの相互作用により、ゆらぎは l が大きい側で減衰する。
- ・ Sachs-Wolfe 効果：出発点と到着点における重力ポテンシャルに違いがあると、光子は赤方/青方偏移する。また伝播途中におけるポテンシャルによって起こる SW 効果は、特に積分 SW 効果 (ISW 効果) という：
 - 初期 ISW 効果……光子の脱結合時にはまだ完全に物質優勢にはなっておらず、僅かに残った輻射成分が重力ポテンシャルを変化させる。これが音地平線内に入るとゆらぎに影響を及ぼし、ISW 効果を生む。
 - 後期 ISW 効果……宇宙年齢がダークエネルギー優勢になると、宇宙の加速膨張によりポテンシャルは過去（遠方）に比べて浅くなり、地球に飛んでくる光子はエネルギーを逆に獲得する。
- ・ CMB による宇宙論パラメータの制限：

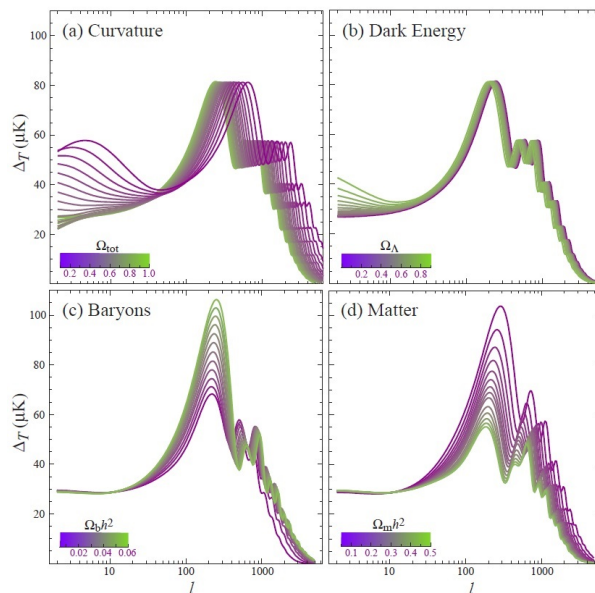


図 2.13 CMB の角度パワースペクトルの各宇宙論パラメータに対する依存性。 $\Omega_{b,0}$ と $\Omega_{m,0}$ は互いにある程度独立に求めることができるが、 $\Omega_{\Lambda,0}$ を制限しようとしても $\Omega_{m,0}$ が減少してしまうので、図 2.13 だけから $\Omega_{\Lambda,0}$ を制限することはできない（パラメータ縮退）。

〈単語リスト〉

p.72

- overtone 「倍音」

p.73

- damp 「～を減衰させる；湿らせる」