〈補足 B：冷却流問題〉

B.1　自由落下時間

ガス球が自己重力により収縮し、1 点に潰れるのにかかる時間を自由落下時間 **(freefall time)** といい、$t_{\rm ff}$ と書く。ただし圧力は無視する。

半径 R, 質量 M, 一様密度 ρ のガス球が時刻 $t=0$ に収縮を始め、$t=t$ で半径が r になったとする。このとき r にいる粒子は、エネルギー保存則

$$-\frac{GM}{R}=\frac{1}{2}\dot{r}^2-\frac{GM}{r} \qquad (G\text{ は万有引力定数})$$

をみたす。これは

$$\frac{r}{2}\dot{r}^2+\frac{GMr}{R}=GM$$

と変形できるので、左辺の 2 項はパラメータ $\theta=\theta(t)$ によりそれぞれ

$$\frac{r}{2}\dot{r}^2\equiv GM\cos^2\frac{\theta}{2}, \qquad \frac{GMr}{R}\equiv GM\sin^2\frac{\theta}{2}$$

とおける。後者から直ちに

$$r=R\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{R}{2}(1-\cos\theta) \tag{B.1}$$

が分かるので、これを前者に代入して

$$\begin{aligned}\frac{R}{2}\sin^2\frac{\theta}{2}\left[\frac{R}{2}(\sin\theta)\dot{\theta}\right]^2&=GM\cos^2\frac{\theta}{2},\\ \therefore\ \dot{\theta}^2&=\frac{8GM}{R^3}\frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)\sin^2\theta}=\frac{2GM}{R^3}\frac{1}{\sin^4(\theta/2)},\\ \therefore\ \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\theta}&=\sqrt{\frac{R^3}{2GM}}\sin^2\frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

を得る。この両辺を θ で積分すると

$$t=\sqrt{\frac{R^3}{2GM}}\frac{1}{2}(\theta-\sin\theta)+C \qquad (C\text{ は積分定数})$$

だが、式 (B.1) より初期条件 $(r(t=0)=R)$ は $\theta(r=R)=\pi$ と書けるので、C は

$$0=\sqrt{\frac{R^3}{2GM}}\frac{\pi}{2}+C, \qquad \therefore\ C=-\sqrt{\frac{R^3}{2GM}}\frac{\pi}{2}$$

である。したがって解は

$$t=\sqrt{\frac{R^3}{2GM}}\frac{1}{2}(\theta-\sin\theta+\pi) \tag{B.2}$$

となる。一方ガスが 1 点に潰れるとき、再び式 (B.1) より $\theta(r=0)=2\pi$ なので、式 (B.2) より

$$t(r=0)=\sqrt{\frac{R^3}{2GM}}\frac{\pi}{2}$$

を得る。これが自由落下時間 $t_{\rm ff}$ であり、最後に $M=(4/3)\pi R^3\rho$ を用いると

$$t_{\rm ff}=\sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \tag{B.3}$$

となる。

これは銀河団の平均的な領域 (個数密度 $n\sim10^{-3}/\mathrm{cm}^3$) では

$$t_{\rm ff}=\sqrt{\frac{3\pi}{32G\cdot n\mu m_{\rm p}}}=6.5\times10^{16}\ \mathrm{s}=2.1\ \mathrm{Gyr} \qquad \left(\begin{array}{l}\mu\text{ はガスの平均分子量},\\ m_{\rm p}\text{ は陽子の質量}\end{array}\right),$$

コア ($n \sim 10^{-1}/\mathrm{cm}^3$) では

$$t_{\mathrm{ff}} = 6.5 \times 10^{15}\ \mathrm{s} = 0.21\ \mathrm{Gyr}$$

である。ただし μ は太陽と同じ値 (~ 0.6) とした。

B.2　冷却時間

t_{ff} に対し、温かいガスが X 線の放射によって冷えていく時間を**冷却時間 (cooling time)** といい、t_{cool} と書く。導出過程は分からないが、個数密度 n_{gas}, 温度 T のガスの t_{cool} は

$$t_{\mathrm{cool}} \simeq 85 \left(\frac{n}{10^{-3}\ /\mathrm{cm}^3}\right)^{-1} \left(\frac{T}{10^8\ \mathrm{K}}\right)^{1/2}\ \mathrm{Gyr} \tag{B.4}$$

で与えられるらしい。

$$t_{\mathrm{cool}} \equiv \frac{U}{L_{\mathrm{X}}} \propto \frac{n_{\mathrm{gas}} T}{{n_{\mathrm{gas}}}^2} = \frac{T}{n_{\mathrm{gas}}} \qquad \left(\begin{array}{l} U \text{ はガスの内部エネルギー,} \\ L_{\mathrm{X}} \text{ は X 線光度} \end{array}\right)$$

だと思ったが、実際は T^1 でなく $T^{1/2}$ なのはなぜだろう？

具体的な値を計算してみると、銀河団の平均的な領域 ($\rho \sim 10^{-3}/\mathrm{cm}^3,\ T \sim 10^8$ K) で

$$t_{\mathrm{cool}} \simeq 85\ \mathrm{Gyr}$$

と宇宙年齢 ($= 13.8$ Gyr) よりも長くなり、冷却は実質的に効かない。しかしコア ($\rho \sim 10^{-1}/\mathrm{cm}^3,\ T \lesssim 10^7$ K) では

$$t_{\mathrm{cool}} \lesssim 0.267\ \mathrm{Gyr}$$

と、銀河団の年齢予想 (~ 10 Gyr) よりも短くなる。ゆえに冷却は無視できない。

ガスが冷えて銀河団の中心に落ち込むためには、$t_{\mathrm{cool}} < t_{\mathrm{ff}}$ が必要である。両者の大小関係は上で見たようにガスの n と T に依存しており、次の図 B.1 のようになっている。

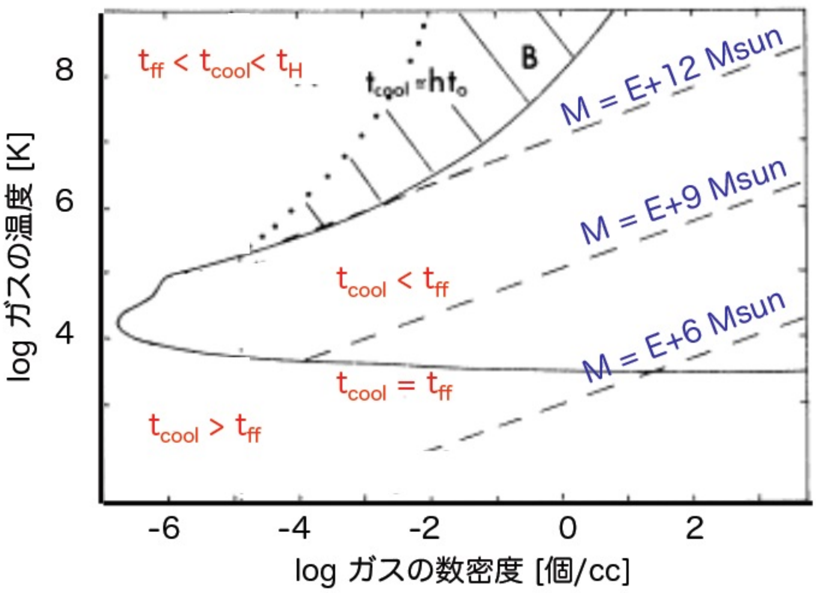

図 B.1　自己重力電離ガスの n-T 図 (Rees & Ostriker 1977, MNRAS, **179**, 541)。$t_{\mathrm{cool}} < t_{\mathrm{ff}}$ なる領域は限られている。

B.3　冷却流問題

　ガスが冷えると圧力が下がり、周囲のガスを支えていられなくなる。すると周囲のガスは中心に落ち込み、さらに冷える。するとまた圧力が下がり、さらに周囲のガスが落ち込み……と、ガスの冷却は暴走的に進むはずである。これを**冷却流 (cooling flow)** という。このときのガスの質量降着率は

$$\dot{M} \simeq \left(\frac{5}{2} \frac{k_{\mathrm{B}} T}{\mu m_{\mathrm{p}}} \right)^{-1} L_{\mathrm{X}} \tag{B.5}$$

で与えられ、典型的には $\sim 100\ M_{\odot}/\mathrm{yr}$ という大きさである。すると $\sim 10^{10}$ 歳の銀河団のコアには一生に $10^{12}\ M_{\odot}$ ($\sim$ 銀河 1 個分) もの質量が流れ込んだことになる！　したがって銀河団の中心では大規模な星生成が行われていると期待され、実際に銀河団の中心には **D 銀河**や **cD 銀河**をはじめとする BCG (Brightest Cluster Galaxy) が見つかっている (3.5 節)。

　しかし原文にもあるように、冷却流は観測ではほとんど見つかっておらず、活発な星形成も見当たらない。これを**冷却流問題 (cooling flow problem)** という。ガスの冷却を阻害する機構としては

- **活動銀河核 (AGN)** によるガスの加熱
- **超新星爆発**によるガスの加熱・流出
- **背景紫外線**によるガスの電離・加熱
- ダークハローの内部構造
- ダークハローどうし、銀河どうしの合体
- 重元素汚染（化学進化）
- 周辺の環境との相互作用

といった候補が挙がっている。

B.4　参考文献

[1] 谷口義明他 :『銀河 I—銀河と宇宙の階層構造』(シリーズ現代の天文学 4、日本評論社、2009)、SS9.2.2
[2] 福江純他 :『宇宙流体力学の基礎』(宇宙物理学の基礎シリーズ 1、日本評論社、2014)、SS10.1.3
[3] 「銀河天文学 I」第 9 回講義