

Observational Cosmology

Stephen Serjeant

東京大学理学部天文学科 4 年

安藤 亮

平成 26 年 6 月 30 日

6 Black holes

6.1 What are black holes?

ダークマターの概念自体の起源は、実は 18 世紀にも遡る。John Michell は、あまりにも質量が大きいために、光さえもその表面から脱出できないような天体の存在を予測した。彼は、プレアデス星団のように星が重なって見えるような領域では、星同士が重力相互作用を及ぼして、実際に近くに存在しているということを示した。また彼は、多くの星が連星系を成しているのなら、そうした中には目に見えない大質量の伴星の周りを回っているような星があると予想した。こうした天体は、現在ではブラックホールと呼ばれている。

一般相対論では、回転していない球対称の天体の周りの時空は、Schwarzschild 計量

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{R_S}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (1)$$

で表現できる。ただし

$$R_S = \frac{2GM_{\text{BH}}}{c^2} \quad (2)$$

は Schwarzschild 半径、 M_{BH} はブラックホール質量である。この導出には球対称性と、BH 表面での真空性、及び Einstein の場の方程式のみを仮定しているので、同時に Birkhoff の定理¹を証明するものでもある。このことから、一般相対論では以下の 2 点において Newton 力学とおなじ結果を共有することになる。

- 球対称の殻の内側には重力場は存在しない
- 球対称の物質分布の外側の重力場は、中心に質点が存在する場合の重力場と等価である

またこれより、球対称の振動からは重力波が発生しないことも分かる。

¹ 球対称の系では外側の物質を無視できる、というもの。

$r = R_S$ の表面は事象の地平面と呼ばれ、BH はその全質量をこ地平面の内側に有している。Schwarzschild 計量における放射状 ($d\theta = d\phi = 0$) の光線の軌道では、

$$\frac{dr}{dt} = \pm c \left(1 - \frac{R_S}{r} \right) \quad (3)$$

となる。時刻が $t \rightarrow \infty$ となると、 $r \rightarrow R_S$ かつ $\frac{dr}{dt} \rightarrow 0$ となり、光線の速度が 0 に近づくことから、遠方の観測者から見ると、光線は決して事象の地平面を越えられない。もちろん、BH に実際に落ち込んで行く観測者にしてみれば、観測者自身が有限の固有時間 τ で事象の地平面を越えることになる。これを遠方の観測者から見ると、BH に落ち込んで行く時計の進みは、事象の地平面に近づくにつれてどんどん遅くなっていくが、決して地平面を越えることはない²。ところが、この時計をつけて BH に落ち込んで行く観測者からすると、時計の針は遅れることなく、有限の時間で事象の地平面を越えるはずである³。そして、ひとたび地平面を越えた観測者は、その後外界 (地平面の外側の宇宙) とは決して通信することができなくなる。

BH が特異点 $r = 0$ に向かって重力崩壊しないことについては、従来はこれを妨げる物理的プロセスの存在が予測されてきた。Penrose-Hawking の特異点定理では、重力崩壊する質量が含まれる領域の表面が 0 へと収縮するとされ、上述のプロセスは存在しないことが示された。一般相対論ではこうした特異点の存在が予想されておらず、一般相対論が自身の不完全性を示すような”特異”な理論である、ということになってしまった。

BH はまた極めて単純な天体で、その特徴は質量、角運動量、電荷のみで記述できる。一旦事象の地平面が形成されて時間依存の計量になってしまうと、その他の情報は全て消失し、外部からは観測不能になってしまう。「BH は毛がない」という John Wheeler の言葉から、これは”ブラックホール脱毛定理 (no-hair theorem)”⁴ と呼ばれる。

回転し電荷をもたない BH の計量は Kerr 計量と呼ばれ、これは BH 質量 M_{BH} と角運動量 J のみで記述される。単位質量あたり角運動量

$$a = \frac{J}{M_{BH}c} \quad (5)$$

が最大値 $\frac{GM}{c^2}$ よりも小さい場合、天体物理学的に有意な 2 つの臨界面解

$$r_+ = \frac{GM_{BH}}{c^2} + \sqrt{\left(\frac{GM_{BH}}{c^2}\right)^2 - a^2} \quad (6)$$

$$s_+ = \frac{GM_{BH}}{c^2} + \sqrt{\left(\frac{GM_{BH}}{c^2}\right)^2 - a^2 \cos^2 \theta} \quad (7)$$

が存在する。 r_+ は事象の地平面であるが、外側の s_+ はエルゴ球 (ergoregion, ergosphere)⁵ の表面を表している。エルゴ球は、その内部に存在する全ての物質と光とが BH とともに回転するような領域で、この回転は相対論的現象⁶ である慣性系の引きずり (frame-dragging) と呼ばれている。

²いわば時計の針が止まってしまうことで、それ以上先には進まないように見える。

³ところで、人間が実際に BH に落ち込んでいく状況を考えて、ある時点で人間は潮汐力によって上下に引き裂かれてしまう。質量 $m = 60$ kg の人間が張力 $T = 10^3$ kgw にまで耐えられるとすると、人間が潮汐力により引きちぎられてしまう半径は

$$r_t = \left(\frac{GM_{BH}}{2T} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

で与えられる。BH の質量が $1M_\odot$ のときは、 $r_t = 880$ km となり、 $R_S = 3$ km よりもずっと外側までしか行けないことになるが、 $M_{BH} = 10^8 M_\odot$ (銀河期中心の BH 程度) の場合には、 $r_t = 4 \times 10^5$ km、 $r_S = 3 \times 10^8$ km であり、事象の地平面のずっと内側まで入っていけることになる。

⁴「重力と電磁気力のみを考慮した、Einstein-Maxwell 系でのブラックホール解における観測可能な量は、質量、電荷、角運動量の 3 つの物理量だけである」と記述される。他の場を仮定すれば、“毛”が生えた”colored black hole”が存在しうることになる。

⁵2 つの特異点 (面) の間の領域に相当し、理論的にこの領域からエネルギーと質量を取り出すことが可能なことから、ギリシャ語で仕事を表す ergon から John Wheeler が名付けた。

⁶エルゴ球の中では、空間が光速以上で引きずられることになる。

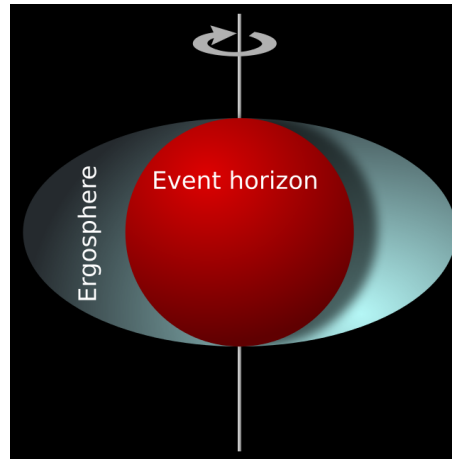


図 1: 事象の地平面とエルゴ球 (Wikipedia)

BH が最大値 $\frac{GM}{c^2}$ を上回る角運動量を持ちうるのかは未だ定かではない。最大値に近い角運動量を持つような質量降着のモードは存在せず、むしろ BH 質量の増加によって角運動量の増加は平衡へと導かれる。式 (6) から、最大値を上回る速さで回転する BH は、事象の地平面を持たないことになり、BH の周りにある粒子の世界線が time-like に閉じてしまう。これはつまり BH がタイムマシンになってしまうということになる。Roger Penrose は、「宇宙には裸の特異点 (事象の地平面をもたない特異点) は存在しない」とする”宇宙検閲者仮説 (cosmic censorship hypothesis) ⁷⁾ を提唱した。この仮説は未検証であり、現状では裸の特異点は存在し得るとされている。宇宙検閲者仮説を信じる Stephen Hawking と、反対する Kip Thorne の間では賭けが行われ、その”賞金”は、「敗者は勝者 (の BH) に着せる服を与えなければならない」ということになる。

似たような仮説に、Stephen Hawking の”時間順序保護仮説 (chronology protection conjecture)”がある。これは、time-like の閉じた世界線を禁じる何らかの物理法則が働く ⁸⁾ という仮説であり、将来的には量子重力理論によってその一部が実証されるかもしれない。

一般相対論は時間対称的な理論であり、BH の時間反転に相当するホワイトホールの存在を想像することができよう。これはエントロピー増大の法則から禁止されると考えられるが、古典重力理論・量子重力理論における深遠な問題が重力のエントロピーに関わるものである以上、ホワイトホールは存在しないと言う考えに安住することはできないであろう。ホワイトホールの議論は Kerr 計量でも存在する。Kerr 計量における曲率の特異点は、Schwarzschild 計量の場合のような”点”ではなく、リング状をしている。したがって、Kerr 計量において BH に落ち込む物体が地平面を越えると、(特異点でも同様の計量が成り立つならば) この物体はホワイトホールから出てくことになる。このホワイトホールがどこにあるのかという問題は、むしろ SF で予想されるようなことであるが、実際にはこうして特異点に落ち込む観測者は、反対側のホールに落ち込む無限のフラックス、しかも無限に青方変移して恐るべきエネルギーを持つそれに直面することになるであろう。特異点の中の様子はそうそう簡単には想像できないのである。

BH は大質量星がその進化の最終段階に達し、核反応と縮退圧が星の重力を支えきれなくなると形成されると考えられる。この結論は Chandrasekhar が最初に導いたが、Arthur Eddington はこれに対し、不名誉にも「星がそんな馬鹿げた振る舞いをするのを妨げる自然の法則があるに違いない」と反論していた。後々に Chandrasekhar の方が正しいことが示されたが、皮肉にも Eddington の名前は、ブラックホールへの降着に関連が深い名称に用いられることになったのである。

⁷⁾裸の特異点が自然界に存在すると、その特異点より過去の事象は物理法則で予測不可能になってしまう。そこで、裸の特異点はあたかも何者かが検閲して禁ずるがごとく、何らかの物理法則で禁止されるであろうという考えの下、こうした名称になっている。

⁸⁾これにより、過去に行くことは決してできないことになる。

6.2 The Eddington limit

BH の進化は、降着に伴う外向きの光子圧力と、内向きの重力とが釣り合うような点まで続くと考えられる。中心天体の光度を L とすると、ここからのエネルギー放出もまた

$$\frac{dE}{dt} = L \quad (8)$$

と表される。光子のエネルギーは、運動量 p を用いて $E = pc$ で与えられるので、中心天体からの運動量フラックスは

$$\frac{dp}{dt} = \frac{L}{c} \quad (9)$$

となる。このとき、中心からの距離 r の位置での光子圧力は、単位体積あたりの運動量放出

$$P = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dp}{dt} = \frac{L}{4\pi cr^2} \quad (10)$$

となるはずである。

ここで、大部分の BH がそうであるように、降着ガスがプラズマ状態になるほど高温であると仮定する。プラズマ中の電子が前述の光子のフラックスから受ける力は、

$$F_{\text{photon}} = \sigma_T P = \frac{\sigma_T L}{4\pi cr^2} \quad (11)$$

(σ_T は Thomson 散乱断面積) となる。原子核も同様の散乱を起こすが、この散乱断面積は粒子の電荷 q と質量 m に対して

$$\sigma_T \propto \frac{q^2}{m^4} \quad (12)$$

という依存性を示すので、質量がずっと小さい電子による Thomson 散乱が、降着ガスに対する外向きの力に対しては支配的になる。

一方、水素原子核が受ける内向きの力は

$$F_{\text{gravity}} = \frac{GM_{\text{BH}}m_p}{r^2} \quad (13)$$

で与えられる。プラズマ状態のガス中では、電子ガスは正電荷をもつ原子核やイオンと、静電的に強くカップルしている。外向きの力は主に電子に、内向きの力は主に陽子と中性子に働くが、プラズマは正負の電荷に分裂したりはせず、全体としてまとまって振る舞う。

Exercise 6.1

プラズマの正電荷と負電荷が分離せずに振る舞うことについて、別の例を用いて考察する。ここでは、体重 60 kg の人間を、静電気力に逆らって陽子と電子に分離することを考える。分離して距離 $r = 1$ m まで引き離すとすると、必要な力は

$$F = \frac{(ne)^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (14)$$

となる。ただし $n = \frac{60 \text{ kg}}{m_p}$ は、人体を構成する陽子数である。このとき、上述の力は

$$F = \frac{(60 \times 1.60 \times 10^{-19})^2}{4 \times 3.14 \times (1.67 \times 10^{-27})^2 \times (8.85 \times 10^{-12}) \times 1^2} = 3 \times 10^{29} \text{ kg m s}^{-2} \quad (15)$$

となり、太陽からの運動量フラックス

$$\frac{L_{\odot}}{c} = \frac{3.83 \times 10^{26}}{3.00 \times 10^8} = 1.28 \times 10^{18} \text{ kg m s}^{-2} \quad (16)$$

よりも 11 桁も大きな値になる。つまり、銀河系に含まれる約 10^{11} 個の星からの運動量フラックスを結集してようやく、体重 60 kg の人間を構成する陽子と電子とを、間隔 1 m を空けて分離することができるということである。この例からも分かるように、BH に降着するプラズマの正電荷と負電荷を分離するには、輻射圧ではとても足りないほど巨大な力が必要であり、実質的に不可能である。

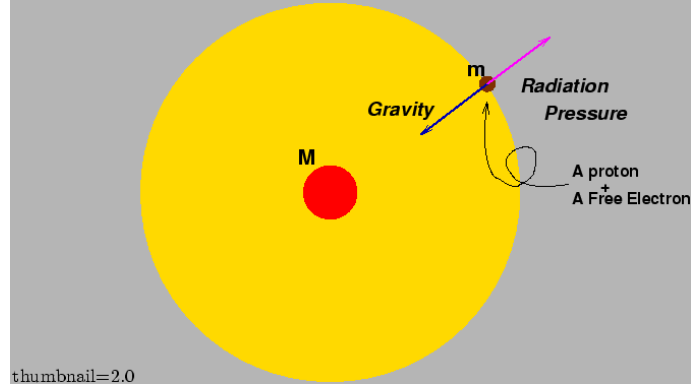


図 2: Eddington 限界 (<http://www.ppl.phys.chiba-u.jp/lecture/radiation/node2.html>)

内向きの力と外向きの力が釣り合う、すなわち $F_{\text{photon}} = F_{\text{gravity}}$ となるとき、

$$\frac{\sigma_T L}{4\pi cr^2} = \frac{GM_{\text{BH}}m_p}{r^2} \quad (17)$$

となり、 r^2 はキャンセルされるので、この平衡点での光度

$$L_E = \frac{4\pi GcM_{\text{BH}}m_p}{\sigma_T} \quad (18)$$

は r に依存しなくなる。この光度は Eddington 光度と呼ばれている。

BH への降着では、この光度は降着円盤から生み出されるので、

$$L \propto \frac{dM_{\text{BH}}}{dt} \quad (19)$$

である。このエネルギー放出の一部は、BH に降着する物質の重力束縛エネルギーが解放されたものである。これは、降着円盤内での摩擦による熱放射によってエネルギー損失を生じ、物質の軌道半径が小さくなっていくことによる。降着物質が BH に近づくにつれ、質量エネルギーの一部が光度へと変換されるのである。この光度は

$$L = \eta \frac{dE}{dt} = \eta \frac{dM_{\text{BH}}}{dt} c^2 \quad (20)$$

と表される。ここで $\eta (\leq 1)$ は質量エネルギー降着から光度への変換効率を表す。BH の最大の成長率は、降着物質から生じる光度が Eddington 光度に達したときに実現され、これは Eddington 限界と呼ばれる。

Exercise 6.2

Eddington 限界は、光子圧力によって物体が吹き飛ばされない場合に、重力で束縛された物体が発し得る最大の光度でもある。ここで、Eddington 光度と太陽光度を比較する。式 (18) から、太陽質量 $M_\odot$ と同じ質量を有する BH の Eddington 光度は

$$\begin{aligned} L_E &= \frac{4 \times 3.14 \times (6.67 \times 10^{-11}) \times (3.00 \times 10^8) \times (1.99 \times 10^{30}) \times (1.67 \times 10^{-27})}{6.65 \times 10^{-29}} \\ &= 1.26 \times 10^{31} \text{ W} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。一方、太陽光度は $L_\odot = 3.83 \times 10^{26} \text{ W}$ であり、Eddington 光度は太陽光度よりも圧倒的に大きな値であることが分かる。

Exercise 6.3

電球の Eddington 光度を考える。一般的な 100 W の白熱電球について、その質量をおよそ 100 g = 0.1 kg と仮定すると、白熱電球の Eddington 光度は

$$\begin{aligned} L_E &= \frac{4 \times 3.14 \times (6.67 \times 10^{-11}) \times (3.00 \times 10^8) \times 0.1 \times (1.67 \times 10^{-27})}{6.65 \times 10^{-29}} \\ &= 0.6 \text{ W} \end{aligned} \quad (22)$$

となる。この値は、本来の電球の光度 100 W よりはるかに小さいので、電球は Eddington 光度よりもずっと明るく輝いているということになる。もっとも、電球は重力的に束縛されているわけではなく、光子圧力で自身を吹き飛ばしてしまうようなこともない。

Eddington 光度を用いると、特徴的なタイムスケール

$$t_E = \frac{M_{\text{BH}}}{L_E} = \frac{\sigma_{\text{TC}}}{4\pi G m_p} \simeq 4 \times 10^8 \text{ yr} \quad (23)$$

を定義できる。これは Eddington タイムスケール、もしくは Salpeter タイムスケールと呼ばれ、Eddington 限界において物体がその静止質量全てを輻射してしまうのに必要な時間を表している。また、エネルギー変換効率が $\eta = 1$ の場合には、 t_E は Eddington 光度で輝く BH の成長における e-folding timescale (元の e 倍の大きさになるのに要する時間) でもある。効率が 100% ではない場合は、e-folding timescale は $\frac{t_E}{\eta}$ となる。

以上の Eddington 光度や降着率の導出においては、BH の球対称性を仮定している。球対称ではない降着の場合には、解析的に解くのは非常に複雑で、数値シミュレーションが用いられることが多い。それでも Eddington 限界の議論は、質量降着のオーダー評価が可能である点で重要である。なお、ある特定の状況下では、Eddington 限界を超えた質量降着率 (super-Eddington accretion) を考えることも可能である。降着物質が光学的に厚く、極めて高い降着率を有している場合には、降着物質は輻射をトラップして BH の中へと引きずり込むようなことも起こりうる。この現象は移流 (advection) と呼ばれる。移流が支配的な質量降着 (advection-dominated accretion flows, ADAFs) は、Seyfer I 型 AGN において稀に生じ得ると推測されている。Super-Eddington ADAFs は非球対称であり、輻射圧によって角運動量軸に沿った強力なガスのフローが駆動される。逆に、Eddington 限界よりもずっと低い降着率で質量降着が起こっている場合も、移流が生じるようになる。降着ガスの密度が非常に低い場合、輻射では効率が悪いので、物質は移流によって中心の BH に向かって引きずられる。このような低降着率の ADAF モデルでは、銀河系の中心にある巨大ブラックホール Sgr A* の SED を再現でき、またいくつかの低光度 AGN についても説明できるのではないかと考えられている。