Observational Cosmology

Stephen Serjeant

東京大学理学部天文学科4年 安藤 亮

平成 26 年 4 月 28 日

3 The local Universe

3.6 The Sunyaev-Zel'dovich effect

CMB の光子は手前側に存在する銀河団を通過する際に、ガス中の電子による Compton 散乱を受ける。これにより CMB スペクトルの Rayleigh-Jeans 端における光子の温度が変化する。この変化量は、銀河団中のガスの温度を T、電子密度を n_e 、 Δl を光子が銀河団を通過する行程とすれば

$$\frac{\Delta T}{T} \propto \int n_e dl \sim n_e \Delta l \tag{1}$$

と表される。ここで X 線光度が

$$L_X \propto \int n_e^2 dl \sim n_e^2 \Delta l \tag{2}$$

で与えられることから、2 式から n_e を消去して Δl を求められる。銀河団を球対称と仮定すれば、 Δl は視直径と等しくなり、これより銀河団の角径距離を導出できる。この Sunyaev-Zel'dovich 測定と呼ばれる手法を用いると、Hubble パラメータを導出することが可能である。この制限は他の手法よりも弱いものだが、検算としては有効である。



図 1: S-Z 効果 (The Continuum Detector Laboratory, the University of Massachusetts)

Compton 散乱においては CMB 光子の数が保存されるが、そのエネルギーは再分配される。CMB 光子は Rayleigh-Jeans 端 (長波長) では減少するのに対して、黒体輻射スペクトルの反対側 (短波長) では逆に光子数が増加する。この波長依存の CMB 光子数の増減は、Sunyaev-Zel'dovich 効果 (S-Z 効果)¹ と呼ばれ、次世代の CMB マップにおいて銀河団の全天サーベイを行うためにも、今後検出 が進められていくものである。

CMB 光子が高エネルギーの電子と相互作用する熱的 S-Z 効果以外に、集団的に運動する電子のも つ運動エネルギーが存在する場合に、キネティック S-Z 効果という現象も起こるが、後者は前者と比 べて非常に小さい。S-Z 効果による CMB スペクトルの歪みは

$$\frac{\Delta T}{T_{\rm CMB}} = f(x)y = f(x)\int n_e \frac{kT}{m_e c^2} \sigma_T dl$$
(3)

と表される。ここで

$$x = \frac{h\nu}{kT_{\rm CMB}} \tag{4}$$

は無次元周波数、yは Compton のy パラメータと呼ばれている。また

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}\right)^2 \pi \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 = \frac{8}{3}\pi\alpha^2\lambda_c^2 \tag{5}$$

は Thomson 散乱断面積 2 であり、関数 f(x) はガスの温度が $T_{
m CMB}$ より十分高い場合には

$$f(x) = \left(x\frac{e^x + 1}{e^x - 1} - 4\right)\left(\frac{xe^x}{e^x - 1}\right) \tag{6}$$

と与えられる。S-Z 効果について重要な点は、この効果による CMB スペクトルの歪みが、赤方偏移 *z* に依存しないということである。

3.7 The morphology-density relation

銀河の形態はその環境に強く依存しており、例えば楕円銀河は銀河団によく見つかり、渦巻銀河 は逆に銀河団ではない"field"の領域によく見つかる。この関係は銀河の形態密度関係と呼ばれる(図 2)。

銀河の存在する環境は、その銀河の進化に大きな影響を及ぼす。どのような要素が支配的なのかは 未だ明らかではないが、主要な要素としては以下の3つが挙げられる。

- 銀河からガスを剥ぎ取る動圧 (ram pressure)
 - これにより星形成のもととなるガスが失われ、当該銀河での星形成が止まってしまう
- 銀河団の潮汐力によってガスが取り除かれる効果
 - 銀河が銀河団に落ち込む際に生じる
- galaxy harassment
 - 銀河の密度が高い環境下で、銀河同士が互いに頻繁にかつ高速で近傍を通過することで引き起こされる潮汐破壊

によって

¹ロシアの科学者

予測され、1969 年から調査が始まっている。1983 年に銀河団の中から初めて S-Z 効果が検出された。 ²散乱断面積は、量子力学における物体が相互作用する確率を表現している。原子を古典的な半径 r の球体とすれば、散乱 断面積は $\sigma = \pi r^2$ となり、これは光子が必ず原子に衝突し吸収されるような範囲の大きさを示している。しかし実際は、原 子は明確な境界線を持っているわけではなく、全断面積は $N = \frac{R}{S}(S$ は単位面積単位時間当たりに入射する光子数、R は吸 収率)で与えられる。これより 1 個の原子の衝突断面積は $\sigma = \frac{R}{NS}$ と表される。



図 2: 銀河の形態密度関係 (Dressler (1980) Ap. J. 236 351)

いずれの場合でも、ガスが豊富に存在する渦巻銀河円盤の破壊やガスの除去によって、銀河の形態 が変化する傾向がある。これに対し、楕円銀河には星形成が起こるような低温のガスやダストはほと んど存在していない。楕円銀河が赤い傾向にあるのは、楕円銀河が渦巻銀河の星形成円盤と比べて古 いであることと関係している。渦巻銀河同士の衝突の数値シミュレーションによっても、星がランダ ムに運動していると最終的に楕円銀河のような形態に落ち着くことが示されている。

しかし、楕円銀河の形成は必ずしもこの限りではない。楕円銀河における強固な fundamental plane 関係、またその古さや赤い色から、z > 2 という古い時代に爆発的星形成 (starburst) を起こして楕 円銀河が形成され、その後新たな星形成を起こさずに、恒星の進化に従って銀河も色を変えていく という過程 (passive stellar evolution) を経たことが示唆される。これは monolithic collapse model と呼ばれるモデルで、fundamental plane や楕円銀河の色等級図を再現できる。さらにこのモデルで は、銀河系のハローのにある低金属星の軌道離心率が大きい理由を、これらの星が初期のガス雲の崩 壊時に形成されたためと説明でき、他方高金属星は銀河円盤で後の時代に形成されたとされる。

このモデルに対抗するのは階層的構造形成モデル (hierarchical structure formation model) であ る。銀河は一個一個では隣り合う銀河の影響を受けつつ質量降着により形成される一方、渦巻銀河同 士の衝突から楕円銀河の形態が生まれることも知られており、どちらの影響が優位なのかは議論の対 象である。根本的な難しさは、星やガスなどのバリオンの分布の進化を計算するのは、重力としか相 互作用しないダークマターの場合と比較しても非常に複雑であるということである。

Exercise 3.2

半径 R、密度 ρ の一様球を考える。まず、位置 r にある厚さ dr の球殻の重力ポテンシャルエネル ギー dE を求める。この球殻の質量は $dm = 4\pi\rho r^2 dr$ と表され、また球殻より内側に存在する質量は $M_r = \frac{4}{3}\pi\rho r^3$ であることから、重力ポテンシャルエネルギーは

$$dE = -\frac{GM_r dm}{r} = -\frac{G(\frac{4}{3}\pi\rho r^3)(4\pi\rho r^2 dr)}{r} = -\frac{16}{3}G\pi^2\rho^2 r^4 dr$$
(7)

と求められる。これを球全体 $(0 \le r \le R)$ で積分すると、球全体の重力エネルギー $E_{
m GR}$ は

$$E_{\rm GR} = \int dE = \int_0^R \left(-\frac{16}{3} \right) G\pi^2 \rho^2 r^4 dr = -\frac{16}{15} G\pi^2 \rho^2 R^5 \tag{8}$$

と表される。球の全質量

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 \tag{9}$$

を用いると、このエネルギーは

$$E_{\rm GR} = -\frac{3G}{5R} \left(\frac{4}{3}\pi\rho R^3\right)^2 = -\frac{3GM^2}{5R}$$
(10)

と表現できる。

Exercise 3.3

ビリアル定理より、物体が重力崩壊を起こさず安定に存在しているとき、その物体の運動エネル ギー *E*_K と重力エネルギー *E*_{GR} について、

$$2E_{\rm K} + E_{\rm GR} = 0\tag{11}$$

が成り立つ。理想気体からなる密度 ρ のガス球について、重力崩壊が起こる質量 *M* についての条件 を求める。

重力崩壊が起こるとき、重力エネルギーが大きくなりビリアル定理が破れるので、

$$2E_{\rm K} < -E_{\rm GR} \tag{12}$$

となる。ガスの運動エネルギーは

$$E_{\rm K} = \frac{3}{2}NkT\tag{13}$$

(N はガスの粒子数、k はボルツマン定数、T はガスの温度) で与えられる。ここでガス粒子数 N は、 $陽子質量 <math>m_p$ を用いて $N = \frac{M}{m_p}$ と表される。一方、一様球の重力エネルギーは式 (10) で与えられる ことから、重力崩壊が起こる条件は

$$2 \times \frac{3}{2} \frac{M}{m_p} kT < \frac{3GM^2}{5R} \tag{14}$$

となる。式 (9) から、ガス球の半径 R は

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{15}$$

で与えられるので、求める条件は

$$3\frac{M}{m_p}kT < \frac{3GM^2}{5} \left(\frac{4\pi\rho}{3M}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{5kT}{Gm_p} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{3}} < M^{\frac{2}{3}}$$

$$M > \left(\frac{5kT}{Gm_p}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(16)

となる。この質量の下限値は Jeans 質量と呼ばれている。

次に、宇宙の歴史における再結合期 ($z \sim 1000$) における Jeans 質量を求める。CMB が形成され たのはこの時代であり、現在の CMB の温度が約 2.7 K であることから、この時代の宇宙の温度は

$$T = 2.7 \times (1+z) \sim 2.7 \times 10^3 \, [\text{K}]$$
 (17)

である。一方、バリオン密度 ρ_b は $(1+z)^3$ に比例することから、

$$\rho_{b} = \rho_{b,0}(1+z)^{3}
= \rho_{\rm crit}\Omega_{b,0}(1+z)^{3}
= 1.88 \times 10^{-26}\Omega_{b,0}h^{2}(1+z)^{3} [\rm kg m^{-3}]
= (1.88 \times 10^{-26}) \times (2.27 \times 10^{-2}) \times (1+1000) [\rm kg m^{-3}]
= 4.3 \times 10^{-19} [\rm kg m^{-3}]$$
(18)

と求められる。これらの値と各物理定数を代入すると、求める Jeans 質量は

$$M = \left(\frac{5kT}{Gm_p}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$$

= $\left(\frac{5 \times (1.38 \times 10^{-23}) \times (2.7 \times 10^3)}{(6.67 \times 10^{-11}) \times (1.67 \times 10^{27})}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{4\pi \times (4.3 \times 10^{-19})}\right)^{\frac{1}{2}}$
= 1.6×10^{36} [kg]
 $\simeq 10^6 M_{\odot}$ (19)

となる。これより再結合期においては、質量 $10^6 M_{\odot}$ を上回る高密度のバリオンは不安定であり、重力崩壊を起こすと考えられる。

興味深いことにこの質量は、現在知られている中で最も古い自己重力系の一つである球状星団の 質量と近い値である。もっとも、球状星団が見つかっている銀河団との関係から、再結合期ほど古い 時代に球状星団が形成されたわけではないことが分かっている。

3.8 The Butcher-Oemler effect

銀河形成の歴史を紐解くもう一つのヒントは、銀河団の色の進化から見えてくる。高赤方偏移の銀河 団では、コアの部分における青い銀河の割合が高くなっていることが知られており、これはButcher-Oemler 効果と呼ばれる。若い大質量星が高温で青い傾向にあることから、高赤方偏移の銀河団コア においては、現在より活発に星形成が起こっていたと考えられる。このことから、近年に高密度の環 境下で星形成が停止したことが示唆される。

Butcher-Oemler 効果は、銀河団の環境が銀河進化にどのような影響を及ぼしたのかを知る上で興味深い手がかりとなる。用いられたサンプルにバイアスがかかっていた可能性から、この効果の実在について議論がなされてきたが、現在ではButcher-Oemler 効果が生じる原因が分かってきている。

3.9 The cooling flow problem

銀河は衝突によって合体成長することがあるが、それではなぜ銀河団内の銀河は互いに衝突して -つの巨大な銀河になってしまわないのだろうか。理由の一つは、銀河が非常に高速で運動している ことである。しかし、銀河団ガスが降着するためにはガスが十分に冷却される必要があり、その冷却 時間は銀河団コアの部分を除き宇宙年齢より長くなってしまうという問題がある。しかし、多くの 銀河団は高密度のコアを有しており、そこでのガスの冷却時間は短くなる³。このような高密度領域 でも、ガスの冷却時間のタイムスケールは自由落下時間⁴のタイムスケールより長くなることから、 ガスは純静水圧平衡的⁵に成長する。コアの中でガスが冷却されると、中心から離れた位置ではガス に加わる重力を圧力で支えきれなくなり、ガスが圧縮されることで中心部での冷却時間はさらに短く なる。この暴走的な冷却は cooling flow と呼ばれる。

もし cooling flow が存在したとすると、銀河団中央の cD 銀河に降着すると考えられるガスの量は、 年に数百 M_{\odot} と極めて大きくなり、銀河団コアには大量の低温 X 線ガスが観測されるはずである。 しかし、そのような低温のガスは観測されても予想よりもずっと少なく、予想される降着率から期待 される活発な星形成などの観測的証拠も滅多に見つからない。なぜ cooling flow は存在しないのか、 そして高密度の銀河団コアを加熱しているメカニズムはいかなるものなのかという問題は、cooling flow 問題と呼ばれている。

3.10 The cosmological distance ladder

宇宙論的距離を決定する方法には、角径距離を利用する S-Z 効果、 $D_n - \sigma$ 関係や CMB の共鳴ピークを用いる方法、また Tully-Fisher 関係、光度距離を利用する Tully-Fisher 関係、Faver-Jackson 関係などがある。これらの方法は、天体が既知の(あるいはそこから誘導される)光度を有しているとする標準光源 (standard candle) と、天体が既知の大きさをもつとする標準物差し (standard rod) という2つの考え方に基づいており、それぞれから角径距離と光度距離を計算できる。他に、宇宙論的距離を決定する手法は以下のようなものがある。

- 赤色巨星分枝先端法
 - 最も明るい赤色巨星はIバンドの放射をしており、その強度は星の金属量や年齢にあまり
 左右されないため、標準光源となりうる。
- こと座 RR 型変光星 (RR Lyrae variable stars)
 - 変光星のうち HR 図の水平分枝に位置するもので、1日程度の短い周期で脈動している。
 変光周期と絶対等級の間には強い相関があり、これを標準光源に利用できる。
- セファイド変光星
 - 明確な質量光度関係⁶が見られる変光星で、若い大質量星である I 型セファイドと、低質 量星である II 型セファイドが存在する。両者の質量光度関係は異なり、primary distance indicators ⁷ として用いられるのは I 型である。

 $^{^{3}}$ X 線光度が密度 nの 2 乗に比例するので、単位質量当たりのエネルギー減少率は n に比例するため。

⁴物体がガス球の表面から中心まで重力により自由落下するのに要する時間のこと。

⁵重力による収縮と圧力勾配による膨張とが釣り合っている静水圧平衡が、常に成り立っている状況を指す。

⁶変光周期が長いほど絶対等級が明るいという関係。

⁷銀河系内で直接観測できる距離のこと。これを利用してさらに遠方の天体までの距離を求めるのが secondary distance indicators であり、当然後者は primary distance indicators の較正に依存する。

- 惑星状星雲光度関数
 - 単位質量単位光度あたりの惑星状星雲の数を表す関数である。この場合光度の測定によく 用いられるのは [OIII] 500.7 nm 輝線であり、一定光度以上では急激に低下する関数形を 有していることから、標準光源として用いられる。
- 球状星団光度関数
 - 球状星団の光度関数は近似的に Gaussian になることが知られており、これは標準光源の secondary distance indicator として利用できる。
- 光エコー
 - 超新星爆発のような強い光が突然発生した際に、星間塵などで反射されてから少し遅れて
 光が届く現象。超新星 SN 1987 A からの光エコーが標準物差しとなっている。
- 水メーザー
 - 水メーザーの回転速度と銀河の固有運動とを比較して、銀河までの距離を求める方法。
- 面輝度のゆらぎ
 - 銀河の単位平方角あたり N 個の星があるとすると、その個数は Poisson 統計に従い、標準偏差 √N のゆらぎが生じる。これより、銀河の面輝度のゆらぎから銀河の単位立体角あたりの星の数を推定でき、ここから銀河の角径距離を導出できる。
- Ia 型超新星
 - 白色矮星の超新星爆発によって生じる超新星で、標準光源として用いられる。

図3は、様々なスケールで宇宙論的距離の決定方法が互いにどのように関わっているかを示した図 であり、この一連の測定方法の総称は宇宙の距離はしごと呼ばれる。ここには標準光源や標準物差し を利用する様々な方法が含まれるが、各方法での基準となる最も近い天体までの距離は、互いに区別 することができない。



図 3: 宇宙の距離はしご

Hubble パラメータは赤方偏移 z を用いて表すことができる。低赤方偏移極限では、角径距離や光度 距離、共動距離などは同じ値をとるようになり、Hubble パラメータ自身も $H_0 = \frac{cz}{d} (d$ は距離) と簡 単に表される。Hubble 宇宙望遠鏡 (HST) の当初の目的の一つは、この Hubble パラメータを 10%の 精度で決定することであった。HST の高い角度分解能を用いて 18 の銀河に含まれるセファイド型変 光星を特定、その変光周期と等級を調べることにより、宇宙の距離はしごの複数の手法の較正を行 い、最終的に $H_0 = 72 \pm 8 \text{ [km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1]}$ という結果が得られた。

距離測定に関する近年得られた成果の中でも、最も重要なのは Ia 型超新星に関するものである。 Ia 型超新星は、連星系をなす白色矮星に伴星からの質量降着が起こり、最終的に炭素燃焼が開始する温度に達することで超新星爆発が発生、 $10^{10}L_{\odot}$ もの光を発するというものである。銀河系内では200年に1回程度しか起こらない現象だが、観測可能な宇宙全体では1秒に1回の割合で起こっているようである。

白色矮星の質量がとりうる範囲⁸は狭いので、Ia 型超新星の光度の範囲にも強い制限があることから、標準光源としては理想的である。Ia 型超新星の光度ピークは光度の減少率と相関があることが知られているが、この関係については未だ理解が進んでおらず、この解明が進めばIa 型超新星は 有用な標準光源となりうる。

大規模な CCD スカイサーベイが始まったことで、 $z \sim 1$ 程度の高赤方偏移の超新星についての調 査も可能になってきている。驚くべきことに、超新星の観測から示唆される光度距離は、 $\Omega_{\Lambda} > 0$ で あるモデルとしか合致しない。図 4 のように、超新星 (黄色) と CMB(水色) の観測から、 Ω_m と Ω_{Λ} についての制限を与えることができる。この結果は決してすぐに受け入れられたわけではなく、例え ば高赤方偏移銀超新星においてダストの減光が超新星の光を弱め、 Ω_{Λ} の効果に似た現象が起こって しまっているといった反論もなされている。実際、渦巻銀河円盤の不透明度は増大すると予想される のだが、同時にこれは光の分散をも増大させると考えられ、しかもそのような観測的証拠は得られて いない。

図 5 は Ia 型超新星の見かけの等級と赤方偏移との関係をプロットしたグラフで、Hubble diagram と呼ばれている。この図は Hubble が宇宙膨張を発見した 1929 年以降、Hubble パラメータを求 めるために用いられており、近年のセファイド型変光星や水メーザーを利用した距離較正の結果、 $H_0 = 74.2 \pm 3.6$ [km s⁻¹Mpc⁻¹] という値が得られている。

 $^{^{8}}$ 白色矮星の質量は、Chandrasekhar 限界 $1.38 M_{\odot}$ 以下に限られる。



図 4: Ia 型超新星による宇宙論パラメータへの制限 (http://spiff.rit.edu/classes/phys240/lectures/bb_param/bb_param.html)



🛛 5: Hubble diagram(http://www.astro.ucla.edu/ wright/old_new_cosmo.html)



3.11 The large-scale structure of the Universe

図 6: 銀河系の伴銀河 (Wikipedia)

我々の銀河系は、近傍の2つの銀河、大マゼラン雲(LMC)と小マゼラン雲(SMC)を引き寄せる 過程の途上にある。この2つは最も有名な伴銀河(satellite galaxy)であるが、他にも近年見つかっ た銀河が銀河系の近傍に多数存在している。例えばいて座矮小楕円銀河は、大マゼラン雲までの半分 の距離に位置しているのにも拘らず、発見されたのは1994年のことであった。おおいぬ座矮小銀河 はたった7.6 kpcの距離にあるが、これが見つかったのは銀河に含まれる星の特徴的な色を検出した 2003年のことであった。銀河系はこれらの伴銀河すべてを引き寄せており、銀河系の重力場からの 潮汐力で伴銀河は歪められ、銀河系内に引き込んでしまう場合もある。

銀河系自体も実は、近傍に存在する大質量の銀河であるアンドロメダ銀河(M31)に引き寄せられ、 最終的には衝突してしまう過程の途上にある⁹。現在は南天の十分暗い夜空でかろうじて目視できる 程度のアンドロメダ銀河だが、10億年後には地球から見える大きさと明るさは、現在のマゼラン雲 に匹敵するようになる。なお、アンドロメダ銀河もまた自身の伴銀河を引き寄せている。

Hubble は、宇宙の平均銀河密度よりも高密度で複数の銀河が存在している場所があることに最初 に気づいた。この領域は銀河団と呼ばれており、銀河系とアンドロメダ銀河はともに、約40個の銀 河を有する局部銀河群に含まれる。局部銀河群は、マフェイ銀河群やきょうこくしつ座銀河群、M81 銀河群、M83銀河群などと相互作用している。なお、銀河群は銀河団ほどは大きくない自己重力系 で、その境界ははっきりしていないものの、 $10^{14} M_{\odot}$ 以上の系は銀河団であるとされる。

銀河系に最も近い銀河団はおとめ座銀河団であり、この銀河団は正の赤方偏移を示すものの、局部 銀河群はやはりおとめ座銀河団に引き寄せられていると考えられている。おとめ座銀河団と次に近 いかみのけ座銀河団は、局部超銀河団と呼ばれる巨大な構造の一部となっている。このスケールで見 ると、宇宙は平面と繊維状の構造で満たされているように見える。実際、局部超銀河団の銀河は有為 に特定の平面上に多く分布している。

⁹約 40 億年後に銀河系とアンドロメダ銀河は衝突し、それから 20 億年かけて 1 つの巨大楕円銀河 Milkomeda(Milky Way + Andromeda) を形成すると予想されている。



図 7: 局部銀河群とおとめ座銀河団 (Wikipedia)



図 8: 2dF 銀河赤方偏移サーベイから描き出された宇宙地図 (Wikipedia)

より広い範囲を見渡すと、繊維状の構造はよりはっきり見えてくる。図8は近年行われた2dF銀 河赤方偏移サーベイ (2dFGRS)¹⁰により描き出された銀河の分布である。このスケールで見た宇宙 の構造は、繊維状に分布した超銀河団と残りの巨大なボイドからなる、蜘蛛の巣のような構造に見え る。この図の精度は遠方に行くほど低下しており、最も大きなスケールで見れば宇宙は均一であるよ うに見えてくる。

図8をよく見ると、いくつかの構造が地球の方向を指差しているように見える。これは fingers of God 効果と呼ばれている。超銀河団に含まれる銀河は、宇宙膨張による Hubble flow とは別に、所属する銀河団の典型的な赤方偏移を受けて、速度分散が増加、あるいは減少する。大規模構造に見られる"指"の長さは、この銀河団の速度分散を反映している。より大きなスケールでは、銀河が銀河団に落ち込む運動によって生じる Kaiser 効果というものも存在する。観測者と銀河団の間(銀河団寄り)に存在する銀河は、銀河団に落ち込む傾向がある。この特異速度のドップラーシフトにより赤方偏移が増大し、銀河はより遠くにあるように見えるのである。fingers of God 効果と Kaiser 効果とは、合わせて赤方偏移空間歪み (redshift space distortions, RSD) と呼ばれ、赤方偏移を用いたクラスター解析は赤方偏移クラスタリングと呼ばれている。

図 9 は、2dFGRS の結果から得られた赤方偏移空間相関関数 $\xi(\sigma, \pi)$ の強度を、接線方向 (σ) と視線方向 (π) の平面に表したものである。相関関数の視線方向の広がりは、finger of God 効果と Kaiser 効果によるものである。



図 9: 銀河の赤方偏移空間相関関数 (http://ned.ipac.caltech.edu/level5/March12/Coil/Coil_contents.html)

¹⁰1997 年から 2003 年にかけて、アングロ・オーストラリアン天文台の 3.9m 望遠鏡で行われた、多数の銀河の赤方偏移 を測定するサーベイ観測。

銀河のクラスタリングを測定するもう一つの方法は、相関関数 $\xi(r)$ を用いるものである。ある銀河から距離 r の位置の微小体積 δV に、近接する銀河が存在する確率はどれくらいであろうか。もし 銀河が密集していなければ、その確率は $n\delta V(n$ は単位体積当たりの銀河の個数) となる。しかしも し銀河が密集していれば、その確率は密集していない場合からのずれ $\xi(r)$ を用いて

$$\Pr(r) = [1 + \xi(r)]n\delta V \tag{20}$$

と表される。ある体積 dV_1 に銀河が一つ存在し、そこから r だけ離れた別の体積 dV_2 にもう一つの 銀河が存在する確率は

$$d^{2}\Pr(r) = [1 + \xi(r)]n^{2}dV_{1}dV_{2}$$
(21)

となる。相関関数は実際の銀河のペアの数を両者の距離の関数として計測して、それをランダムな分 布の場合と比較することで推定できる。この方法は Fourier 数列を使用しないため直感的である。

この相関関数はパワースペクトルと深く関係している。相関関数 $\xi(r)$ を Fourier 展開すると

$$\xi(r) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int |\delta_{\boldsymbol{k}}|^2 e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} d^3k$$
(22)

となる。このように、相関関数はパワースペクトル

$$P(k) = |\delta_{\mathbf{k}}|^2 \tag{23}$$

の Fourier 変換になっている。もし密度場が等方的ならば、パワースペクトルは波数ベクトルの大き さのみに依存し、

$$\langle |\delta_{\boldsymbol{k}}|^2 \rangle = |\delta_k|^2(k) \tag{24}$$

と表される。 $\xi(r)$ が実であることから、 $e^{-i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ を $\cos(kr \cos \theta)$ で置き換え、3 次元の全角度で積分 すると

$$\xi(r) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int P(k) \frac{\sin kr}{kr} 4\pi k^2 dk$$
(25)

が得られる。同様に、パワースペクトルは相関関数の Fourier 変換として

$$\Delta^2(k) = \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi k^3 P(k) = \frac{2}{\pi} k^3 \int_0^\infty \xi(r) \frac{\sin kr}{kr} r^2 dr$$
(26)

となる。このように、パワースペクトル $P(k) = \Delta^2(k)$ は相関関数 $\xi(r)$ と密接に結びついている。

3次元のパワースペクトルと銀河の相関関数を求めるためには、天球上での銀河の位置と、銀河ま での距離(赤方偏移)が必要である。赤方偏移が未知の場合に銀河団についての情報を得るには、単 位赤方偏移あたりの銀河の数について仮定をおく必要がある。この計数は銀河衝突などによって増加 し、また低輝度銀河が近傍でしか見えなかったり、逆に高輝度銀河が遠方でも見えるような効果も考 慮する必要がある。 空間相関関数と同様に、銀河が密集していない場合と比較してどれだけ近傍に銀河が存在しているのかを、天球面上での角度相関関数 w(θ) として表現でき、この場合

$$d^{2}\Pr(\theta) = [1 + w(\theta)]n^{2}d\Omega_{1}d\Omega_{2}$$
(27)

となる。ここで $d\Omega_1$ と $d\Omega_2$ は天球面上のある立体角、n は天球面上の単位面積当たりの銀河数である。角度相関関数については

$$w(\theta) = A\theta^{1-\gamma} \tag{28}$$

という冪乗則が成り立ち、また空間相関関数についても

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} \tag{29}$$

(r₀はクラスタリングスケール長)という関係式が知られている。定数 A と r₀は、単位赤方偏移あた りの銀河数に関連した値である。

高赤方偏移では銀河のクラスタリングの様相は異なっている。空間相関関数に発展項を入れると

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} (1+z)^{-(3+\epsilon)} \tag{30}$$

となる。 $\epsilon = 0$ の場合には、銀河のクラスタリングは物理座標においては一定となり、宇宙膨張には 影響を受けないということになる。一方 $\epsilon = 3 - \gamma$ の場合には、クラスタリングは共動座標において 一定となる。空間相関関数と角度相関関数との関係を与える Limber 方程式は

$$A = Cr_0^{\gamma} \frac{\int d_A^{1-\gamma} g^{-1}(z)(1+z)^{-(3+\epsilon)} \left(\frac{dN}{dz}\right)^2 dz}{\left(\int \frac{dN}{dz} dz\right)^2}$$
(31)

と与えられる。ただし d_A は角径距離、g(z) は固有距離の z 微分、 $\frac{dN}{dz}$ は単位赤方偏移あたりの銀河 数である。

クエーサーは、銀河の中心に存在する超巨大ブラックホールである。その光度があまりにも大きいため、Hubble 体積の広い範囲に渡ってたくさんのクエーサーを観測することができる。このスケールで見ると宇宙はかなり均質に見えるが、それでもクラスタリングが起こっている証拠は存在する。現在のクエーサーのクラスタリングの度合いは、予想されるダークマターのクラスタリングと同等であるが、初期宇宙においてはクエーサーの相関関数の振幅がより大きかったと考えられ、この点ではダークマターと一致しない。宇宙全体のダークマターの分布と比較して、ビリアル化されたダークマターハローはより密集する傾向にあることから、クエーサーが強くクラスタリングしているのは、クエーサーが存在するハローの性質を反映していると考えられる。観測されたクエーサーのクラスタリングは、それらが $10^{13}M_{\odot}$ 程度のダークマターハローに存在すると仮定することで説明できる。この現象は z の関数であるバイアスパラメータ b を用いて

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\rm QSOs} = b\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\rm dark matter}$$
(32)

と簡潔に表現できる。この関係は理論的な背景があるというよりは、むしろ経験則である。