

H28 小望遠鏡による基礎観測実習

森 万由子
(学籍番号 05-162008)

平成 29 年 1 月 31 日

1 目的

21cm カセグレン望遠鏡と CCD カメラを用いて天体を撮像し、観測と解析の基本的操作を学ぶ。また、望遠鏡と CCD カメラの性能評価（ピクセルスケールの確認、限界等級の算出）を行う。

2 事前準備

1 観測機器

今回用いた望遠鏡は 21cm 反射望遠鏡：タカハシ μ -210 である。

口径 D	210mm
焦点距離 f	2415mm

使用した CCD は Finger Lake Instrumentation 社製の Proline PL4021、中に Kodak の KAI-4021 というインターレース CCD を入れたものである。

フォーマット	2048 × 2048
アレイサイズ	15.2 × 15.2mm
ピクセルサイズ	7.4 × 7.4 μ m

2 実効透過率の評価

(1) 実効透過率のプロット

まずフィルタ透過率のデータと CCD 量子効率のデータを掛けあわせて実効透過率を求める。以下、計算には python を用いている。以下のようなプログラムを用意した。

1. 二つのデータの波長の上限と下限の狭い方を用い、刻み幅を 0.01nm にとった新たな波長のリストを用意する。
2. それぞれのデータについて、離散データ間を三次元関数でつなぐコマンドを用いてデータの補完を行う。
3. 保管された三次元関数のデータを新たな波長のリストに対応するように離散的な値にする。
4. 二つのデータの値同士を掛けあわせる。

この計算により得られた実効透過率をプロットすると以下ようになる。

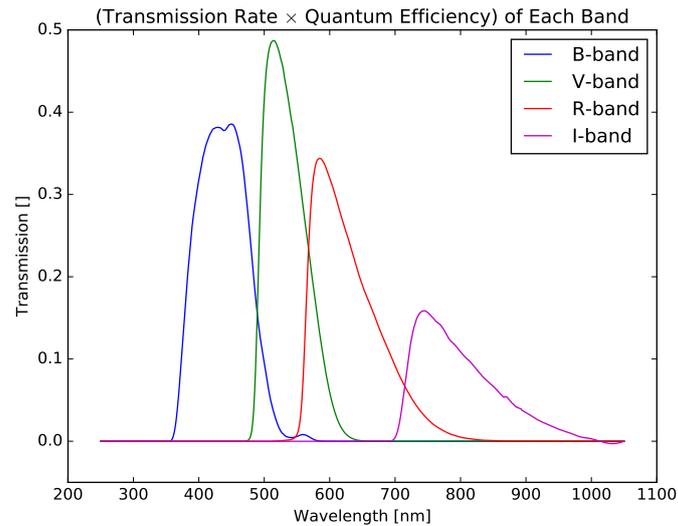


図 1: 各バンドについての実効透過率曲線

(2) 中心波長 λ_{eff}

中心波長は以下の式で定義される。

$$\lambda_{eff} = \frac{\int_0^{\infty} \lambda T(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} T(\lambda) d\lambda}$$

この積分を python を用いて計算すると、得られた値は

$$\lambda_{eff} = \begin{cases} 437\text{nm} & (\text{B - band}) \\ 534\text{nm} & (\text{V - band}) \\ 629\text{nm} & (\text{R - band}) \\ 798\text{nm} & (\text{I - band}) \end{cases}$$

である。

(3) 半値全幅 $\Delta\lambda$

半値全幅は以下のようにして求める。

1. 透過率のピークの値を用い、その半分の値を計算する。
2. 半値に近い透過率を持つ波長のデータを選び出す。同じ点の周りで複数出てきた場合は平均を取る。
3. ピークの右側（長波長）の波長から左側の波長を引く。

得られた値は

$$\Delta\lambda = \begin{cases} 103\text{nm} & (\text{B - band}) \\ 73.9\text{nm} & (\text{V - band}) \\ 94.4\text{nm} & (\text{R - band}) \\ 116\text{nm} & (\text{I - band}) \end{cases}$$

である。

(4) 平均透過率 T_{eff}

平均透過率は以下の式で定義される。

$$T_{eff} = \frac{\int_{\lambda_{eff}-\Delta\lambda/2}^{\lambda_{eff}+\Delta\lambda/2} T(\lambda) d\lambda}{\Delta\lambda}$$

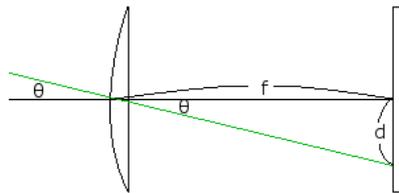
ここに、上で得られた値を代入して積分を実行する。得られた値は

$$T_{eff} = \begin{cases} 0.333 & (\text{B-band}) \\ 0.392 & (\text{V-band}) \\ 0.244 & (\text{R-band}) \\ 0.112 & (\text{I-band}) \end{cases}$$

であった。

3 ピクセルスケール

ピクセルスケールとは CCD カメラの 1pix 上に天球上のどれくらい範囲が映るかを示す値である。その計算のために以下の図のような設定を考える (実際には反射鏡だがここでは簡略化のため屈折式として示している)



まず天球上で θ の距離が CCD 上で長さ d になるとすれば、図より

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{d} &= \frac{1}{f} \\ &= \frac{1}{2415} \times 180\pi \times 60 \times 60 \\ &= 85.4 \text{arcsec/mm} \end{aligned}$$

である。さらに、1pix の一辺の長さをういればピクセルスケールを求めることができ、得られるピクセルスケールは

$$85.3 \times 7.4 \times 10^{-3} = 0.632 \text{arcsec/pix} \quad (1)$$

である。

3 観測

1 観測条件

解析に利用する観測は二日間に分けて行った。以下に、それぞれの観測の条件と、得られたデータ (解析に使用するもの) を示す。

(1) 観測一回目

日付 2016/11/25

場所 天文学教育研究センター前

天気 快晴

観測領域 α Per を中心とした領域

座標 (RA DEC)=(3h24m19.41s +49 °51'39.8")

フィルター B バンド

データ	bias(20 枚)	ANOA00004687.fits	ANOA00004716.fits	ANOA00004723
時刻 (JST)	17:48-17:58	18:31:42	18:51:21	18:56:01
露光時間	0 秒	0.1 秒	20 秒	20 秒
CCD 温度	227.71K(平均)	227.84K	227.65K	227.775K

(2) 観測二回目

日付 2016/12/16

場所 天文学教育研究センター前

天気 晴れ、風が強い

観測領域 γ Cet を中心とした領域

座標 (RA DEC)=(2h43m18.04s +3 °14'08.9")

フィルター B バンド

データ	bias(20 枚)
日時 (JST)	18:48-19:22
露光時間	0 秒
CCD 温度	226.59K(平均)

2 解析

(1) 解析の手順

私は一回目に観測した α Per の B バンドデータについて解析を行うことにした。測光・解析には IRAF を用いる。手順を以下に示す。

1. bias の fits ファイルを平均する。
2. 解析に使う星の画像を選び、バイアスの平均を引く。
3. imexam で像の FWHM を調べる。
4. apphot パッケージを用いて適切なアパーチャーを設定し、測光する。

バイアスの平均を引いた後のデータは以下のようになった。

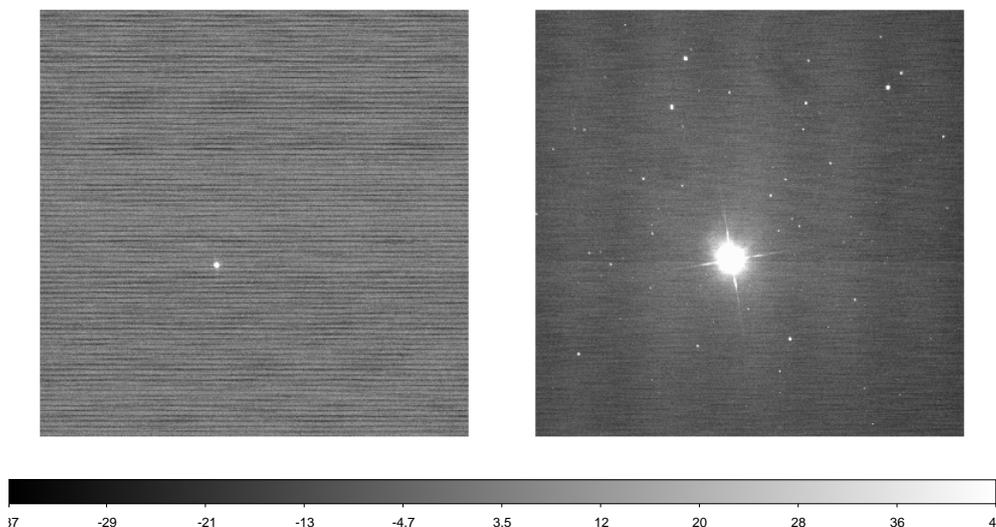


図 2: 左: α Per、0.1 秒測光 右: 同領域 20 秒測光

(2) カウント値の問題について

・一回目の観測について、バイアスを引くとほぼ全ての空の明るさについてカウントが負の値になるという問題が生じた。バイアスを引いた空の明るさのカウントの平均値としては -40 という値が得られた。これは、一回目の観測では観測開始時にバイアスを連続して撮ったために、バイアスの時間的変動の影響が大きく出てしまったためであると考えられる（表にあるように、CCD 温度には大きな違いはなかった）。今回はやむを得ず、二回目の観測（バイアスを撮像の合間合間に撮った）で得られたバイアスの値を用いて解析を行った。

・一回目、二回目の観測について、短時間（0.1 秒、1 秒）の露光よりも長時間（20 秒）の露光のほうが一貫して空の明るさのカウント値が小さいという問題が生じた。各データのヘッダに見られる CCD 温度やその他情報には異常はなく、現在この問題の原因はわかっていない。本来は長時間露光のデータを用いて空の明るさを測定するべきだが、今回は短時間露光のデータを用いて、長時間露光の画像と照らし合わせながら、明るい天体が写り込んでいないと思われる空の各点について値をいくつかとって平均することにした。

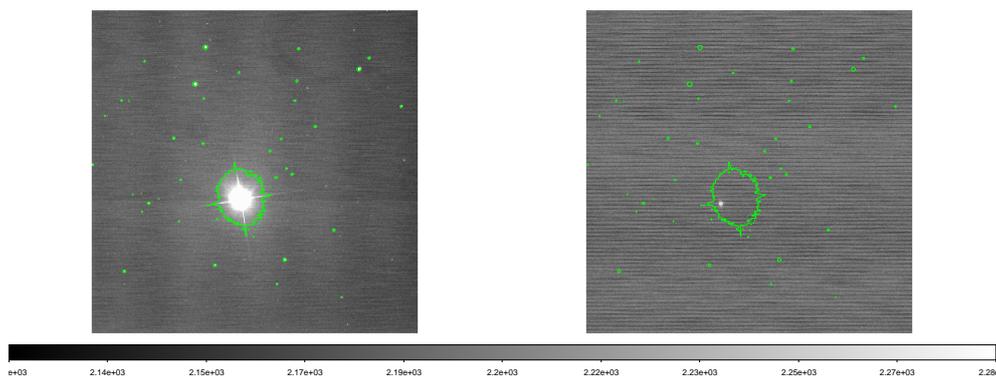


図 3: 左のデータでコントアを描き、右の画像に重ね、緑点以外の場所を用いてスカイを出した。

3 結果

α Per の測光の結果、以下のような結果を得た。

アパーチャー半径	13.00 pix
アパーチャー内のカウント (スカイ込み)	745158.5
アパーチャー面積	531.6843 pix ²
スカイを引いたアパーチャー内のカウント	741074.9

(1) ピクセルスケールの確認

α Per の周囲に見える天体について、実際の天球上の距離からピクセルスケールを確認する。撮影した画像と、Aladin で得た DSS の画像について対応を見ると以下ようになった。

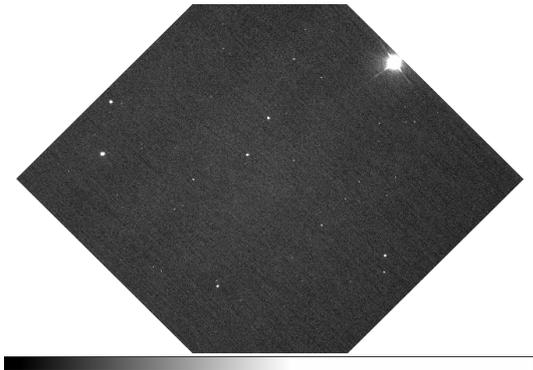


図 4: ds9 で表示した観測結果の画像

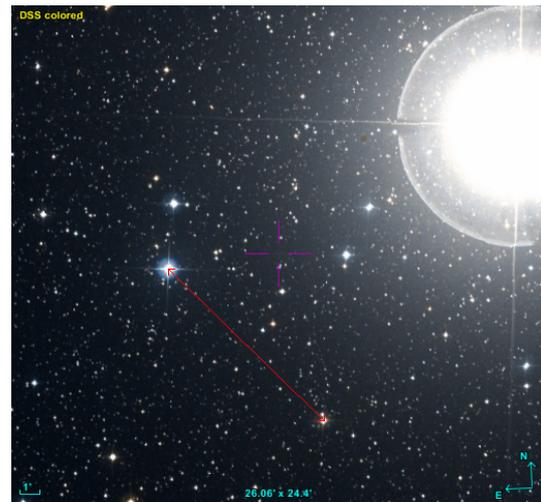


図 5: Aladin で表示した DSS の画像

右の画像で赤い直線を引いた 2 つの星を用いる。ds9 で 2 つの星の座標を調べると、

$$(X, Y) = (245 \pm 2, 1596 \pm 2), (1250 \pm 2, 1672 \pm 2)$$

という値が得られ、ここから 2 点の距離は

$$1008 \pm 3\text{pix}$$

である。

一方、Aladin でこの距離を測ると 10.56' という値が得られた。ここから、観測で得られたピクセルスケールは

$$\frac{10.56 \times 60}{1008} = 0.628 \text{ arcsec/pix}$$

誤差伝播の計算をして

$$(0.628 \pm 0.002) \text{ arcsec/pix}$$

である。これは、導出したピクセルスケール (式 (1)) と 2 シグマの範囲で一致する。

(2) システム効率

あるバンドで、1 秒あたりに望遠鏡に入射する光子数は

$$s_i = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \frac{\Delta \lambda F_\lambda}{h\nu} = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \frac{\Delta \lambda F_\lambda}{h \times \frac{c}{\lambda_{eff}}}$$

で表される。 α Per の B バンド等級はカタログ [1] より 2.27 を用いる。また、B バンドでの 0 等級のフラックス密度は [2] より $6.19 \times 10^{-9} \text{erg/s/cm}^2/\text{str/A}$ を採用した。これより α Per のフラックス密度を計算すると

$$F_\lambda = 6.19 \times 10^{-9} \times 100^{-\frac{2.27}{5}} = 7.65 \times 10^{-10} [\text{erg/s/cm}^2/\text{str/A}] = 7.65 \times 10^{-9} [\text{W/m}^2/\mu\text{m}]$$

であるから、

$$s_i = \pi \left(\frac{0.21}{2} \right)^2 \frac{102.7 \times 10^{-3} \times 7.65 \times 10^{-9}}{6.626 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{437.1 \times 10^{-9}}} = 59836815 [\text{photons/s}]$$

一方、CCD で 1 秒あたりに生じた電荷の数は、(スカイを引いた) カウント数 N を用いて

$$n_i = \frac{N f_{conv}}{t}$$

と表される。ここで t は積分時間である。 f_{conv} はシステムで決まるコンバージョンファクターであり、今回は 0.947 である。よって

$$n_i = \frac{741074.9 \times 0.947}{0.1} = 7017979.3 [\text{electrons/s}]$$

これらの値を用いてシステム効率は

$$\eta = \frac{n_i}{s_i} = 0.117 \simeq 12\%$$

である。

(3) 等級原点

システム効率の計算で用いた式からフラックス密度は、

$$F_\lambda = \frac{h\nu}{\Delta\lambda} \frac{1}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \frac{f_{conv}}{\eta} \frac{N}{t} = b \frac{N}{t}$$

と表すことができる。ここで b はシステムとバンドによって決まる定数である。等級原点 Z_{mag} はそのカメラシステムで 1 秒間で 1 カウントの信号を生じさせる等級なので、

$$Z_{mag} = Z_0 - 2.5 \log_{10} F_{\lambda Z} = Z_0 - 2.5 \log_{10} b$$

と表される。ある天体について

$$m = Z_0 - 2.5 \log_{10} F_\lambda = Z_0 - 2.5 \log_{10} \left(b \frac{N}{t} \right)$$

であるから、辺々引いて

$$Z_{mag} = m + 2.5 \log_{10} \left(\frac{N}{t} \right)$$

である。今回の α Per のデータを用いると

$$Z_{mag} = 2.27 + 2.5 \times \log_{10} \frac{741074.9}{0.1} \simeq \mathbf{19.44}$$

である。

(4) 空の背景光

2-(2)の方法を用いて背景光のカウントを求める。imexam を使って 0.1 秒間の測光データについて大量に点をとる (183 点とった) と、「周囲 25pix の平均カウント数」平均と標準偏差を得られて、

$$1.4 \pm 5.5[\text{pix}]$$

という値が得られた。これを 1arcsec^2 あたりのカウント数 N_{sky} に変換するにはピクセルスケールを用いて

$$N_{sky} = \frac{1.4}{0.63^2} \simeq 3.5[\text{arcsec}^2]$$

さらにこれを 1 秒あたり、 1arcsec^2 あたりに生じた電子数 n_{sky} に変換すると

$$n_{sky} = \frac{N_{sky}f_{conv}}{t} = \frac{3.5 \times 0.947}{0.1} \simeq 33.9[\text{electrons/s/arcsec}^2]$$

1 秒あたり、 1arcsec^2 あたりに入射している光子数 s_{sky} にはシステム効率で割って

$$s_{sky} = \frac{n_{sky}}{\eta} = \frac{33.9}{0.12} = 274[\text{photons/s/arcsec}^2]$$

である。また、これを等級 $m_{sky} [\text{mag/arcsec}^2]$ で表すには等級原点を用いて、

$$m_{sky} = Z_{mag} - 2.5 \log_{10} \left(\frac{N_{sky}}{t} \right) = 19.4 - 2.5 \log_{10} \left(\frac{3.5}{0.1} \right) \simeq 15.5[\text{mag/arcsec}^2]$$

である。

(5) 限界等級

k 個のピクセルに広がった像を検出する場合のノイズ成分は

$$N_{noise} = \sqrt{n_i t + k n_{sky} t + k n_{dark} t + k N_{read}^2}$$

で表される。そのとき S/N は

$$S/N = \frac{n_i t}{N_{noise}}$$

である。今回はダークの値 n_{dark} は十分小さいとして考えない。

読み出しノイズ N_{read} を以下の方法で求める。

1. 解析に用いたバイアスのデータのうち、最初に撮ったものと最後に撮ったものを用意する。
2. 一方からもう一方を差し引く。
3. $\sqrt{2}$ で割る。
4. imstat で標準偏差を求める。この値が読み出しノイズである。

この結果、

$$stddev = 12.2[\text{ADUr.m.s/pix}]$$

が得られた。これを電子数にするには f_{conv} をかけて

$$N_{read} = 12.2 \times 0.947 = 11.6[\text{e}^- \text{r.m.s/pix}]$$

とすればよい。 k としてフラックスのアーチャー面積 531pix^2 を使うと、

$$N_{noise} = \sqrt{7017979.3 \times 0.1 + 531 \times 33.2 \times 0.1 + 531 \times (11.6)^2} = 880\text{e}^- \text{r.m.s}$$

である。

今回の α Per について S/N を求めると、

$$S/N = \frac{7017979.3 \times 0.1}{880} = 797$$

であった。

一方で、 S/N 比を実際に求めてみる。等級原点を得られた値に修正して α Per の測光を行うと、等級と等級誤差として

等級 : 2.269 [mag]

等級誤差 : 0.001[mag]

という値を得る。求めたい値は

$$S/N = N/\delta N$$

なので、カウント値の誤差と等級誤差の関係を求めれば良い。等級原点を出すときに用いた式を使う。

$$\begin{aligned} Z_{mag} &= m + 2.5 \log_{10} \frac{N}{t} \\ Z_{mag} &= m + \delta m + 2.5 \log_{10} \frac{N + \delta N}{t} \\ \Leftrightarrow 2.5 \log_{10} \frac{N}{t} &= \delta m + 2.5 \log_{10} \frac{N + \delta N}{t} \\ S/N = N/\delta N &= \frac{1}{1 - 10^{-\delta m/2.5}} \end{aligned}$$

であるから、今回の場合は

$$S/N = \frac{1}{1 - 10^{-0.001/2.5}} = 1086$$

という値が得られる。

4 考察

1 ピクセルスケールについて

結果から、望遠鏡の性能から求めたピクセルスケールと、撮像した画像から求めたピクセルスケールが2シグマの範囲で一致した。ピクセルの誤差を 2pix で考えたのは妥当だと考えているが、精度を上げたいのならば複数個の星を用いて統計的に調べるのが良いだろう。また、実際の星の距離は Aladin を用いて測定したが、その精度がどのくらいかはわからないのでより正確なデータのある星を使うべきである。

2 限界等級について

シグナルとスカイのカウントから求めた S/N に対して、等級誤差から求めた S/N は 36% も大きいという結果が出た。この原因について考える。

各カウント値から求めた S/N は、(明るい星を用いているため)星からのシグナルの誤差が支配的である。よって、星のカウント値が合っていればこの値が大きく異なることはない。一方、等級誤差から求めた S/N は、apphot の等級誤差表示が合っていればその値から機械的に求まる。つまり(計算方法が間違っているのではないとすれば)、星のカウント値が等級誤差表示のどちらかに不一致が起きているということである。

星のカウント値について気になるのが、空の等級を求めるときに気づいた、積分時間が長くなるとカウント値が小さくなるという問題である。この現象はスカイだけでなく全てのカウントにおいて起きているはずである。しかし今回解析に用いているのは 0.1 秒露光のデータであり、それほど不自然な値は出てはいない。

問題があるのは apphot の等級誤差表示だろう。複数の星を測光して調べたところ、apphot の誤差表示は有効数字 1 桁でしか表示されないようだ。つまり、等級誤差 0.001 mag の次に大きい値は 0.002 mag として表示されるようだ。もし等級誤差が 0.002 mag だった場合、 S/N は

$$\frac{1}{1 - 10^{-0.002/2.5}} = 543$$

という値になる。これは大きな違いであり、これならば観測から得られた値が 0.001 と表示されたのも間違っていないということになる。apphot の等級誤差表示は S/N を求めるためには適切ではないと言える。

観測的に得られた値を用いると、限界等級を求めることができる。積分時間 τ を固定した場合、 $S/N = 5$ を得たいならば

$$5 = \frac{n_i \tau}{\sqrt{n_i \tau + k n_{sky} \tau + k N_{read}^2}}$$

に値を代入して n_i を求めるとそれが限界等級である。また、星の 1 秒でのカウント値が得られれば、そこから n_i を導出し、必要な積分時間 t を求めることができる。今回の 20 秒積分の結果と比較したい。星のアーチャー面積を mirphak と同様の 531 [pix²] として、積分時間 20 秒で、 $S/N = 5$ となる等級を求める。

$$\begin{aligned} 5 &= \frac{20n_i}{\sqrt{20n_i + 531 \times 33.2 \times 20 + 531 \times (11.6)^2}} \\ \Leftrightarrow 16n_i^2 - 20n_i - 424000 &= 0 \\ \Leftrightarrow n_i &= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 424000}}{8} = 82 e^-/s \\ \Leftrightarrow N &= \frac{n_i t}{f} = \frac{82 \times 20}{0.947} = 1732 \text{ ADS} \\ \Leftrightarrow m &= Z_{mag} - 2.5 \log_{10} \left(\frac{N}{t} \right) = 19.44 - 2.5 \log_{10} \left(\frac{1732}{20} \right) = 14.6 \text{ mag} \end{aligned}$$

よって、20 秒露光での限界等級 14.6 mag という値が得られた。

これを実際の画像で確認したい。カウント値を見ようと思ったが、前述の問題で 20 秒露光の画像のカウントは信用できない。そこで、ピクセルスケールを求めた時と同様にして、撮像した画像と Aladin の画像を対応付け、写っている星の等級を調べることにした。



図 6: 左: 20 秒露光の画像、右: Aladin で表示した DSS の画像

緑で囲んだ星が B バンドで 14.8mag、赤で囲んだ星が 16.04mag である。緑で囲んだ星は我々の撮像した画像の中でも見えている気がする。赤で囲んだ星は有意には見られなかった。このことから算出した限界等級はおおよそ正しいと考えられるが、より厳密には 20 秒積分のカウント値が正しいことを確認し、また、様々な領域・様々な積分時間で確認するべきである。

おわりに

今回の観測実習以前には野辺山、木曾で撮像観測を体験したが、今回は小望遠鏡ということで、実際に望遠鏡を動かす感覚をより実感を持って掴むことができた。昨年導入・変更した望遠鏡や CCD ということで、装置立ち上げに伴う問題も体感した。長時間露光でカウントが小さくなる問題は解決できず、今後に残る課題となった。今回の観測では同じバンドで 0.1 秒、1 秒、20 秒という露光時間でしか撮像しなかったが、より長時間露光してみることで積分時間とカウント値の関係性を見ることができるかもしれない。また、コンセントからひいた電源を用いると画像に横縞のノイズが入ることを発見したり、対応関係がおかしくなっていたフィルターについて分光器で透過率を測定することで直すことができたりと、観測における工夫を知ることができた。今後の観測・解析でも様々な問題が生じるだろうが、ひとつひとつ問題解決をする能力を身につけたい。

参考文献

- [1] Ducati J.R.(2002) "Catalogue of Stellar Photometry in Johnson's 11-Color System" CDS/ADC Collection of Electronic Catalogues, 2237
- [2] M.Fukugita et.al(1995) "Galaxy Colors in Various Photometric Band Systems" Publications of the Astronomical Society of the Pacific 107 945-958